Årg. 34: 4 Dec. 1951

ELEMENTA

Tidskrift för elementär matematik, fysik och kemi

REDAKTION OCH EXP.: Karlbergsv. 16IV STOCKHOLM

FJÄRDE HÄFTET

Elis Hjalmar, Manne Siegbahn 65 år .. 209
Olof Svanberg, Om sekundära grundämnen och mikroelement i jordbruket .. 213
Bengt Lindwall, Om uppdelning i stambråk .. 222
Josef Andersson, En teckenfråga .. 225
Stig Hjalmars, Om analogien mellan elektriska och magnetiska fält i materiella medier .. 229
Torsten Jönsson, Reports on Progress in Physics 1950 .. 234
Thomas Skjulstad, Fysikkens stilling i den högre skole i Norge .. 237
Anders Larson, Samhällsräkning .. 240
Bokanmälningar: Coolidge, The Mathematics of Great Amateurs; Phillips, Differential Equations; Hoheisel, Gewöhnliche Differentialgleichungen; Lenning, Problemboken; Beutel, Die Quadratur des Kreises; Beghin-Julia, Exercices de mécanique; Feller, An Introduction to Probability Theory and its Applications; Brown, Science, its Method and its Philosophy; Wightman, The Growth of Scientific Ideas; Beveridge, The Art of Scientific Investigation; Wagner, Autoren-Namen als chemische Begriffe; Pascal, Chimie général, vol. III; Pieters-Creyghton, Safety in the Chemical Laboratory; Inghe-Ekman, Lärobok och Laborationsövningar i kemi för realskolan II. Organisk kemi; Läroböcker i fysik för realskolan i nya upplagor. .. 242
Recensenter i detta häfte .. 251
Gradualavhandlingar: T. Elvius, A Photometric and Spectrophotometric Investigation in Twelve of Kapteyn's Selected Areas; E. Bodén, A Research on the Galactic Clusters NGC 436 and NGC 457; G. Lindstedt, Constituents of Pine Heartwood .. 252
Pristävlan 1951 .. 256
Tidskrifter, innehållsöversikt .. 257
Problemavdelning:
Matematiska problem (red. av S. Bågman) .. 259
Matematiska och fysikaliska uppgifter i studentexamen h. t. 1951 .. 262
Realexamen h. t. 1951: Provräkning .. 267
Praktisk realexamen h. t. 1951: Uppgifter i fysik och Uppgifter i beskrivande maskin- och byggnadslära .. 269
Insänd litteratur .. 272
Annonsörer: Biblioteksbokhandeln; R. Grave; Lindståhls Bokhandel; Natur & Kultur; Norstedt & Söner (två annonssidor); Philips; Svenska Bokförlaget.

Observera andra omslagssidan!

ELEMENTA

Årligen fyra häften (mars, juni, sept., dec.). Subskription enklast genom inbetalning å postgiro 527 55; pr år kr. 12:50, pr häfte kr. 3:50. Tidskriften sändes som utgivarkorsband.

Pärmar av grön klot à 2:50; varje pärm är avsedd för två årg.: 1—2, 3—4, osv.

Tidigare årg. Vänd Eder direkt till red. med en förfrågan. Av årg. 1—13 äro flera ofullständiga. Priset pr årg. (i häften) är för årg. 14—30 tills vidare kr. 8:—, för 31—34 kr. 10:—.

Red.-kommitté: professor G. Borelius, adjunkt S. Bågman, byrådirektör S. Comét, lektor G. Starck, professor J. Tandberg och lektor A. Wahlgren. Redaktör och utgivare: C. E. Blom. Red. o. exp. Karlbergsv. 16, Stockholm.

Särtryck ur ELEMENTA:

1. A. Nordhult, De viktigaste konstruktions- och driftsegenskaperna hos likströmsmaskinerna, kr. 1:—.
2. M. Sjöström, Vätskors och gasers strömning, kr. 1:—.
3. M. Sundqvist, Teorien för de moderna glasögonen, kr. 1:—.
4. J. Tandberg, Om vinkelns tredelning. Slut.
5. G. Ljunggren, Gasskyddets kemi kr. 0:80.
6. S. Comét, Matrisräkning, kr. 1:60
7. H. Henrikson, Om segelflygning och dess energikällor i atmosfären, kr. 2:40.
8. K.-B. Augustinsson, Vitaminernas kemi, kr. 1:40.
9. L. G. Sillén, Kemiska reaktionsformler, kr. 1:40.
10. L. G. Sillén, Kemistens hjärna - ett utrymmesproblem, kr. 1:40.
11. C.-E. Fröberg—G. Kjellberg—O. Boivie, Siffermaskiner och hålkortsmaskiner, kr. 3:—.

Problemhäften för åren 1943—50 à kr. 1:—, för 1951 à kr. 1:20. Innehåll: Student- o. realex.uppg. i matem. o. fysik med svar och anvisningar.
I *porto* tillkommer 10 öre pr särtryck.

Pärm till årg. 33—34 à 2:50 (+ 15 öre). Rekvireras genom inbet. å giro.

Allmänt omvittnat

är att en avsevärd del av innehållet i Elementa —icke minst i äldre årg. — är av bestående värde. En Elementaserie är därför en beaktansvärd tillgång. En komplett dylik är svår att uppbringa, men ännu finnas alla årg. fr. o. m. årg. 14. Lagret tunnas emellertid ut med varje år som går. Försumma därför ej att nu skaffa Er en så fullständig samling som möjligt. Priser se ovan.

Att observera

1. Pren. priset för årg. 1952 är kr. 12:50. Årg. 1951 har utgivits med ca 25% ökade arbetskostnader och mer än fördubblat papperspris, under det att statsbidraget utgått med oförändrat belopp och pren. avg. varit densamma som under föregående år. En höjning av densamma är nu ofrånkomlig, helst som nya prisstegringar kunna väntas under nästa år.
2. Inbetala avgiften under december. Upplagans storlek måste bestämmas redan i början av året. Ett portofritt inbetalningskort medföljer detta häfte.
3. »Problemhäfte 1951» à kr. 1:20 (+ 10 öre i porto) har utkommit.

Bilagor: Elementa, inbetalningskort; Biblioteksbokhandeln; Lindståhls Bokhandel.

Räkning utan tårar

Catherine Stern

BARNEN UPPTÄCKER TALENS VÄRLD

»För den som fått en sådan inledning till räkneläran måste hela matematiken komma i ett nytt ljus, och kanske står vi med denna metod inför en ny kungsväg till matematiken, liknande den som upptäckarna gick fram när vårt talsystem och vår räknekonst kom till. *Det hela är ett snilledrag.*»

Fil. dr *Per Collinder* i Sv. D.

Illustr. 17:—, inb. 19:50

Nöjen för fundersamma

Eugene P. Northrop

MATEMATISKA GÅTOR OCH HUVUDBRY

»En god och rolig bok. Översättningen är vårdad och genomskinlig, registret adekvat, och hela boken vackert producerad. Omslaget är enkelt och utsökt. Nöjsam för den matematikintresserade med realskolebildning, borde boken läsas av alla utövare av teknik och naturvetenskap.»

Fil. dr *Per Collinder* i Sv. D.

Illustr. 12:75, inb. 16:50

KUNSKAP OCH LIV

är namnet på en ny naturvetenskaplig serie som Natur och Kultur startat. Den vänder sig närmast till äldre barn och ungdom och omfattar

HUR MAN HÅLLER VÄRMEN
av Brian och Mary Holmes

VATTNET VI ANVÄNDER
av Brian och Mary Holmes

LJUSET OCH VÅR SYN
av F. R. Elwell

LUFTEN VI ANDAS
av Patrick Thornhill

"En förträfflig naturvetenskaplig serie." *Alf Henrikson* i D. N.

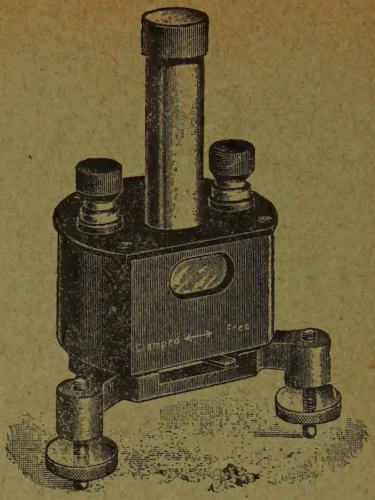
Illustr. per del kr. 3:—

En bok från **NATUR och KULTUR** *är en god bok*

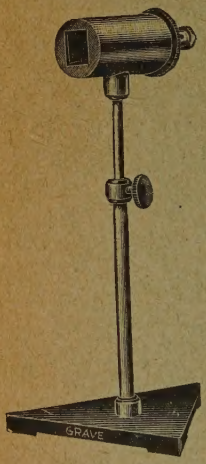
Utställning och Lager

av all slags
materiel för

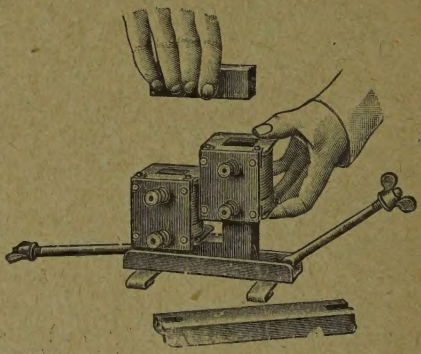
Fysikunder-
visningen



Spegelgalvanometer med
vridspolesystem



Termostapel
enl. Holjer Witt



Söndertagbar transformator

RUDOLPH GRAVE A/B

STOCKHOLM 3

Manne Siegbahn 65 år

Av lektor Elis Hjalmar, Stockholm

Den 3 december fyller vårt lands främste representant för fysikalisk forskning, professor Manne Siegbahn, 65 år.

En redogörelse för Siegbahns insatser inom fysiken skulle bli en översikt över denna vetenskaps utveckling under det senaste halvseklet, ej blott i vårt land utan runt hela vår jord. Endast några glimtar kunna här ges. Den som önskar närmare kännedom om dessa insatser hänvisas till den festskrift, som jubilaren till ära utgives från Vetenskapsakademiens forskningsanstalt för fysik.

Släkten Siegbahn leder sina anor från Nordtyskland. Den förste till Sverige inflyttade medlemmen, Per Siegbahn, Mannes farfars farfar, var född i Stralsund 1707. Han var militärläkare, »regementsfältskär», och överflyttades 1738 från svenska armén i Pommern, som ju då var en svensk provins, till Smålands kavalleri. De efterkommande ha i stor utsträckning innehaft statliga tjänster. Far-

fadern, Samuel Clemens, och två av dennes bröder voro kyrkoherdar i Linköpings stift, farfadern i Horns och Hycklinge församlingar och den ene av bröderna i Slaka och Skeda pastorat. Den senare var särskilt märklig på grund av sina utpräglade tekniska och mekaniska intressen samt sin högst konstförfarna manuella skicklighet. Det berättas sålunda, att han i prostgårdens trädgård åt sig inrättat en liten finmekanisk verkstad, där han med förkärlek sysslade med att förfärdiga urverk. Med berättigad glädje kan jubilaren i sitt hem förevisa en klocka, som utgått från denna prostens verkstad i Slaka. Man ser sålunda, att jubilaren här övertagit ett anlag som släktarv, vilket han förvaltat och förmerat på ett beundransvärt sätt.

Manne Siegbahn föddes den 3 december 1886. Familjen bodde då i Örebro, där fadern var stationsskrivare. Denne fick senare som stationsinspektor transport till Norrland. Sina läroverksstudier påbörjade Manne i Hudiksvall, men överflyttade 1902 till Norra real i Stockholm, där han 1905 avlade studentexamen. Kamrater från reallläroverket berätta, att den blyge, tystlåtne gymnasisten inte gjorde något märkbart intryck på kamratkretsen, förrän skriftliga prov skulle redovisas. Då framträdde hans stora begåvning för matematik och naturvetenskapliga ämnen.

Efter studentexamen följde något års tjänstgöring vid fortifikationen. Han ämnade bli officer och sedermera civilingenjör, men planerna ändrades, och han inskrevs 1906 vid Lunds universitet, där i rask följd examina absolverades, fil. kand. 1908, fil. lic. 1910. Året därpå var gradualavhandlingen »Magnetische Feldmessung» färdig och gav dess författare docentur vid universitetet. Under tiden närmast därefter följde några avhandlingar inom samma område, »Die elektrische Energieströmung», »Hochfrequenzgeneratoren für Messzwecke» 1913 och »Zur Theorie der Induktionsmessinstrumente» 1914.

Men redan samma år har den unge docenten funnit det arbetsfält, som han och hans medarbetare sedermera skulle odla och skörda i en utsträckning, som då till dags saknade motstycke i svensk fysikalisk forskning. År 1914 offentliggjordes i Arkiv för matem. astr. och fysik »Undersökningar över Röntgenstrålspektra (förberedande meddelanden)». Där lämnades en redogörelse för mätningen av våglängden för $AgK\alpha_1$, som angavs till $0{,}561 \cdot 10^{-8}$ cm. Det precisionsmätta värdet (år 1923) var 558,16 X.E. Den parentesade underrubriken var bokstavligen välmotiverad, då den vetenskapliga världen borde bereda sig på att under det kommande decenniet mottaga dylika meddelanden i en kontinuerlig följd. Redan 1917 kunde därför Siegbahn i Die Naturwissenschaften lämna en orien-

tering och återblick över en mängd funna data inom röntgenstrålningens optik. Efter några få år hade den lilla institutionen vid Biskopsgatan blivit ett centrum för fysisk forskning, där antalet av licentiatexaminander och doktorander, ofta av vitt skilda nationaliteter, var lika stort som antalet laboranter för lägre examina. Hit kommo storheter med världsberömda namn för att knyta kontakter eller för att föreläsa och få sina teorier eller upptäckter diskuterade, män sådana som Albert Einstein, Niels Bohr, Arnold Sommerfeld m. fl.

Under professor Janne Rydbergs sjukdom blev Siegbahn t. f. professor 1915 och kallades 1919 till tjänsten efter dennes pensionering. Men redan 1922 fick han åter enhällig kallelse, denna gång till Uppsala, som efterträdare till avlidne Gustaf Granquist.

Redan då han 1923 lämnade Lund voro de viktigaste fakta beträffande röntgenstrålningen fastställda. Hans stora monografi »Spektroskopie der Röntgenstrahlen» utkom 1924; en andra uppl. trycktes 1931 och en engelsk 1925. År 1923 voro alltså de då åtkomliga våglängderna inom K, L, M och N-områdena registrerade från 11Na till 92U. Inom stora områden voro de precisionsbestämda, varvid upptagningar i höga ordningar röjde strålningens brytning vid inträdet i och utträdet ur kristallgittret. Absorptionsmätningar hade utförts, vilka bl. a. avslöjat atombindningens inverkan på läget av absorptionskanten — det torde vara av intresse att här påpeka i detta sammanhang, att upptäckten av detta fenomen gjordes av lektor Johan Bergengren 1920 och gav upphov till ett par gradualavhandlingar vid institutet. Därjämte hade ett stort antal kristallografiska arbeten utförts, de flesta av dåvarande docenten, sedermera professorn och universitetsrektorn Assar Hadding.

Detta är sammanfattningsvis den yttre ramen, som kan studeras i avhandlingar och i en mångfald facklitteratur, men endast den som varit med i det inre arbetet kan göra sig en föreställning om det pioniärarbete av jätteformat, som ligger fördolt bakom den strålande vetenskapliga fasaden. Området var ju alldeles nytt, pumpar, rör, spektrografer, högspänningsanordningar, allt med en mångfald detaljer måste tillverkas, utprovas och icke så sällan omkonstrueras. Bristsituationen under krisåren efter första världskriget måste bemästras, anslagen voro otillräckliga och utrymmet starkt begränsat. Alla dessa svårigheter måste den unge institutionschefen betvinga — och gjorde det också. — Det bör framhållas att Siegbahn tillgodosåg ej endast sitt eget område. Vid hans institution bedrevs mycket annat vetenskapligt arbete. I festskriften lämnar professor Erik Hulthén en mycket förtjänstfull redogörelse för de fysikaliska forskningarna vid Lundainstitutionen under denna tid.

Under Uppsalatiden fullföljdes och fullbordades arbetet, som påbörjats och planlagts under åren i Lund. Precisionsmätningarna fortsattes, apparatkonstruktionerna förbättrades och nya spektrometrar byggdes. 1925 tilldelades Manne Siegbahn 1924 års Nobelpris i fysik »för hans röntgenspektroskopiska upptäckter och forskningar». Av det nya, som nu tillkom, kan nämnas upptäckten av den i dubbel mening anomala dispersionen i en gipskristall, vilket av Siegbahn och författaren förhandsmeddelades i Nature 1924, strax efterföljd av normaldispersionen i ett smalt prisma (förslaget ställdes av dåvarande docenten I. Waller, och försöket utfördes av Siegbahn—Nordhult). Våglängdsmätningar utfördes på ultralånga vågor, varför kristallgittren ersattes med konstritsade, varigenom röntgebietet kunde anslutas till den ultravioletta strålningen och absolutvärden av våglängdskalan erhållas, vilket som konsekvens hade en nymätning av elektronladdningen. Det huvudsakligaste av allt detta finnes beskrivet i den nämnda festskriften.

I och med Uppsalatiden var röntgenforskningen i stort sett ett avslutat kapitel. Den 50-årige Manne Siegbahn öppnade då ett nytt forskningsfält, som krävde en helt ny institution. Den kom till, och 1937 kunde Siegbahn flytta in i Vetenskapsakademiens Nobelinstitut för fysik, som han själv dragit upp grundlinjerna för. Arbetet här inriktades från början nästan uteslutande på atomforskning och kärnfysik, och det bedrives med en intensitet, som ej står den klassiska tiden i Lund efter. En god inblick i institutionen och livet inom denna ger prof. Hilding Slätis i en uppsats i festskriften. Slutorden om chefen må citeras: »För institutionens ledning erfordras utomordentliga personliga kvalifikationer, såsom vetenskapligt anseende, entusiasm inför vetenskapliga projekt och resultat, förmåga att intressera vetenskapens gynnare och utövare, en utomordentlig organisationsförmåga och en outtömlig arbetskapacitet».

Dessa krav uppfyller Manne Siegbahn till alla delar och mera därtill: Han är en sällsynt hjärtegod människa. Hur arbetstyngd han än varit, har han alltid varit samma lugna, glada och vänliga människa. Det är lika mycket människan som vetenskapsmannen vi hylla på 65-årsdagen.

Manne Siegbahn $1886\frac{3}{12}1951$. Festskrift utgiven av professorerna A. Westgren, R. Sievert, H. Slätis och docent L. Melander, med de två sistnämnda som redaktörer. Distribueras genom bokhandeln, 804 s., inb. kr. 25:—.

Om sekundära grundämnen och mikroelement i jordbruket

Av professor Olof Svanberg, Ultuna[1]

Växtnäringslärans egentliga skapare är, då man bortser från tidigare ansatser av bl. a. Lavoisier och Berzelius, Justus von Liebig, vars lärobyggnad kan sammanfattas i tesen, att växten behöver kolsyra, vatten, ammoniak, salpetersyra, fosforsyra, svavelsyra, kiselsyra, kalk, magnesia, kali och järn. Kolsyra, vatten, kväve, fosfor, kalium och kalcium ha sedan dess kommit att intaga en särskild rangställning som vegetationens huvudnäringsämnen. Efter hand har det fastställts, att man vid jordbrukets växtodling ofta behöver tillföra i synnerhet fosfor, kalium och kväve för att vidmakthålla eller öka jordens bördighet och uppehålla eller om möjligt stegra årsväxt och hektarskörd.

Vi kunna beteckna de senast nämnda ämnena som primära, men till dem sälla sig ett betydande antal grundämnen, som vid deras sida äro viktiga produktionsfaktorer, dels de sekundära grundämnena svavel, magnesium, natrium och järn, dels mikroelementen mangan, koppar, zink, molybden, kobolt och bor.

I fråga om *svavel* är det en detalj, som man gärna inledningsvis konstaterar, nämligen att jordskorpan ingalunda är särdeles rik på detta element i relation till växtlivets behov. I jordbruksvetenskapliga sammanhang har man ofta anledning att förvåna sig över, att det än så länge har uppdagats så relativt fåtaliga svavelfattiga odlingsjordar, som kunde vara i ett direkt behov av svavelgödsling för att kunna prestera en ökad eller vidmakthållen skörd. Den totala mängden svavel i jordskorpan uppgår nämligen endast till ungefär hälften av förefintlig fosfor (det är 0,06 resp. 0,12 %), medan däremot markvegetationen anses innehålla i genomsnitt lika mycket av båda dessa element. Från denna utgångspunkt skulle man naturligtvis kunna vänta sig, att behovet att svavelgödsla borde vara vanligare än behovet att gödsla med fosfor. Inte desto mindre är fosfatgödsling en synnerligen vanlig åtgärd, och de studier som beröra jordbrukets fosfatfrågor skulle kunna fylla ett betydande

[1] Med författarens tillstånd återges här i något förkortat skick innehållet i ett föredrag vid Svenska Kemistsamfundets sammanträde den 30 nov. 1950.

bibliotek. En avsiktlig gödsling med svavel är i jämförelse härmed någonting mera ovanligt, och svavlet är också betydligt mindre rikhaltigt företrätt i den lantbruksvetenskapliga litteraturen. Det är från dessa utgångspunkter naturligtvis föga överraskande, att jordbrukets försörjningsfrågor i fråga om svavel de sista åren har börjat tilldraga sig ökad uppmärksamhet, i synnerhet i sådana länder, där den huvudsakliga fosfatförsörjningen sker med thomasfosfat i stället för, som i Sverige, med superfosfat. Man har sig bekant, att under vissa förutsättningar i växtodlingen utgör svavelbrist en begränsande faktor för uppnående av en ökad hektarskörd. Gödsling med elementärt svavel, eller med gips, ger i sådana fall upphov till skördestegringar, som med mer eller mindre bred marginal betalar åtgärden. Det växtmaterial, som det i dessa fall i första hand är fråga om, är äggviterika, dvs. genom sin äggvitehalt relativt svavelrika foderväxter, som t. ex. klöver och lucern, och svavlets funktion är utan vidare begriplig, nämligen att bidraga som byggnadselement i svavelhaltiga aminosyror och därmed i äggvitan.

Utom med superfosfat och en del andra gödselmedel kommer en större eller mindre mängd svavel åkerjorden till godo på en från början rätt oförutsedd väg, nämligen genom luftens och nederbördens förmedling. I ett obefolkat eller glest bebyggt område är visserligen denna form av svaveltillförsel till marken helt obetydlig. Men med ökad bosättning och framför allt vid en ökad industriell verksamhet och en livlig järnvägstrafik med ångtåg följer förbränning av kol och annat svavelhaltigt bränsle, varigenom svavel i form av svaveldioxid går upp i rök i ansenliga kvantiteter. Med nederbörden befordras denna svaveldioxid till jordytan och blir föremål för oxidation till svavelsyra och sulfat. Vid en helt dominerande storindustriell utveckling kan tillförseln av svavel till jorden på denna väg t. o. m. föra så långt, att odlingsjorden tar allvarlig skada så att kalfläckar av steril jord, betydande skördenedsättningar, utarmning av jordbruket och pauperism bli de slutliga följderna.

Magnesium hör till de bioelement, som i likhet med svavlet redan av Liebig inrangerades bland de för växterna obetingat nödvändiga grundämnena. Sin starkaste bekräftelse fick denna erfarenhet med Willstätters och Stolls arbeten över klorofyllkomponenterna, vilka som bekant innehålla magnesium som enda askbildande element. I markvegetationen ingår magnesium i genomsnitt i en kvantitet, som ställer det i tredje rummet bland metallerna efter kalium och kalcium, med omkring 0,2 % av växter-

nas torrsubstans. Som ett ganska grovt medeltal på den svenska markvegetationen kan man ange 1,5 % kalium, 1 % kalcium och 0,2 % magnesium, med betydande variationer beroende på ståndort och växtmaterial. Det är här av intresse, att endast en ganska liten del av den i växtmaterialet ingående magnesian är engagerad i klorofyllets uppbyggnad. Men även de överskjutande magnesiumkvantiteterna, som kunna vara mellan 25 och 100 gånger större än den magnesiummängd, som ingår i klorofyllet, äro på något sätt nödvändiga för klorofyllsyntesen, och klorofylldefekter uppträda sålunda hos en växt vid magnesiumtillgångar, som i och för sig borde vara mer än tillräckliga att utbilda de gröna assimilationspigmenten.

Natrium har varit relativt föga diskuterat eller omskrivet som växtnäringsämne de sista decennierna men har ganska hastigt fått en viss aktualitet genom undersökningar, delvis stimulerade av Chilesalpeter-intressenterna. Med avseende på natrium sker en kontinuerlig tillförsel till de jordar och till de grödor, som äro särskilt kalibehövande, genom att både de tyska och de franska 40 %-iga kaliprodukterna, som nu dominera, innehålla omkring 10 % natrium, och därtill ges med Chilesalpetern, i den mån den användes som kvävegödselmedel, 25 % natrium av denna varas vikt.

I enlighet med nuvarande erfarenheter betalar sockerbetan under alla omständigheter en viss tillförsel av natrium med stegrat skördeutbyte. Man kan därvid i praktiken räkna med, att så länge kalit ges i form av 40 %-igt kali och inte med exempelvis ännu högre renade kalisalter, och så länge kvävet till denna gröda tillföres i form av Chilesalpeter, så står ingenting mer att vinna genom en ytterligare ökad tillförsel av natrium. Sockerbetan anses därmed höra till de grödor, som även vid fullgod kaliförsörjning ger stegrat utbyte för en fullgod situation med avseende på natrium. Hos en del andra grödor ligger saken i stället så till, att natrium partiellt kan ersätta kalium, och att alltså natrium ger skördestegring endast vid fall av otillräckliga kalitillgångar men däremot inte om kaliförsörjningen är god. Även denna omständighet utgör ett visst stöd för att man icke bör övergå från 40 %-iga kaliartiklar till ännu kalirikare men samtidigt natriumfattiga, då man därigenom kan komma i den situationen att få betala ett högre pris för samma effekt.

I likhet med både kalium och natrium och magnesium hör även *järn* till de mera ärevördiga bland våra dagars bioelement, och det står så att säga just på gränsen mellan att i växterna uppträda

som makro- eller mikroelement. Redan tidigt hade växtfysiologerna vid odling av växter i järnfri miljö fått den i och för sig riktiga uppfattningen att järn är nödvändigt för en normal klorofyllbildning. Däremot begick man ett misstag så till vida, att man ansåg att järn därför måste ingå som beståndsdel i de gröna bladfärgämnena, vilket inte är fallet. Av en del äldre arbeten är det också tydligt att järnets funktion vid klorofyllets tillkomst är förknippad med bildningen av de pyrrolkärnor, som konstituera en väsentlig del av klorofyllmolekylen. Man kan alltså vid närvaro av vissa pyrrolderivat odla växter i en järnfri miljö, utan att det uppkommer tecken på kloros, eller ofullständig klorofyllsyntes.

Inom växtodlingen på åkern har man i regel brukat räkna med att järnbrist eller otillfredsställda järnbehov aldrig skulle behöva komma i fråga för växterna. Man har antagit att jordskorpans järnhalt under alla omständigheter skulle erbjuda tillräckliga garantier i detta avseende, och man har räknat med, att om en odlingsjord vid nyodlingstillfället till äventyrs skulle vara järnfattig, så motverkas detta successivt av järntillförseln genom avnötning från jordbruksredskapen. — Man har emellertid också uppställt det antagandet, att den situationen skulle kunna uppkomma, att i och för sig tillräckliga järnkvantiteter kunde bli otillgängliga för vegetationen genom järnets oxidation eller s. k. oxidativ fastläggning, under eventuellt samtidigt inflytande av järnutfällande beståndsdelar i markens kolloidkomplex. Man menar, att exempelvis rätt talrika fall av manganbrist på kalkrika och samtidigt porösa jordar, som gynna manganets överförande på högre oxidationsstadier och därmed dess otillgänglighet för växterna kunde ha en motsvarighet även i fråga om järn. I en del engelska publikationer har man härvidlag kommit med rätt pessimistiska tongångar. I Sverige ha vi en del undersökningar av denna sak, men det förefaller hittills röra sig om utpräglade minoritetsproblem. — I vilket fall som helst ha vi emellertid alltid att räkna med den järnfattigaste, liksom med den manganfattigaste vegetationen på kalkrika jordar i våra silurområden, och med den järnrikaste, liksom med den manganrikaste växtligheten på sura jordar, i synnerhet där det samtidigt är fråga om en reducerad miljö — samma förhållanden alltså, som ge upphov till de järnrika vattnen.

Vad *mangan* beträffar fann redan Scheele att denna metall är en regelbunden beståndsdel i bergarter och åkerjord och att den upptages av växterna. Han påträffade mangan i askan av samtliga växter, som han undersökte på mangan. Berzelius omnämner

manganet mera i förbigående i sina arbeten i lantbruksakademiens handlingar, men i stort sett voro Scheeles iakttagelser mer än hundra år före sin tid och blevo därför länge obeaktade. Det dröjde ända in på vårt århundrade tills man blev definitivt på det klara med att mangan verkligen är ett för växterna oumbärligt grundämne och att det i praktiken inträffar fall, där mangan blir otillgängligt för vegetationens näringsupptagande med bristsjukdomar och nedsatt produktion som nödvändig följd.

De för vegetationen erforderliga kvantiteterna mangan inregistrera det bland de typiska mikrometallerna. I genomsnitt ingår mangan i markvegetationen från en plöjd, alltså tidvis genomluftad jord till en mängd omkring 50 ppm (miljondelar av torrsubstansen), med variationer från omkring 8 eller 10 och upp emot 100 ppm eller undantagsvis mera. På en obrukad, alltså oplöjd mark som representerar en starkare reducerande miljö springer manganhalten upp mycket högre — från omkring 100 till de allra högsta extremvarianterna med 800—1200 eller undantagsvis 2000 ppm, alltså 0,2 % eller en kvantitet av samma storleksordning som magnesium. Det vill synas att växterna i en reducerande miljö inte kunna göra någon åtskillnad på de två metallerna mangan och magnesium. Av våra samlade erfarenheter skulle alltså framgå, att manganbrist torde vara ett okänt begrepp för all vegetation på oplöjd mark, och att ett sådant bristtillstånd alltså representerar en typisk kultursjukdom.

Både gödsling och besprutning av växande gröda med mangansulfat förekommer numera rätt allmänt, liksom ett lämpligt val av motståndskraftiga grödor och motståndskraftiga sorter som olika led i bekämpande av riskerna för nedsatta skördeutbyten som följd av manganbrister. Man kan emellertid inte göra gällande att våra manganproblem inom växtodlingen äro definitivt lösta. Det pågår alltjämt en ganska omfattande manganforskning i alla kulturländer. Några av de intressantaste arbetena i detta sammanhang gå ut på dels att tillföra jorden reducerande organiskt material dels att tillföra mangan i form av tvåvärda föreningar, som uppvisa så liten benägenhet för oxidation som möjligt, exempelvis i form av fosfat, som är relativt motståndskraftigt i detta avseende.

Inom husdjursskötseln ha vi att räkna både med underskotts- och med överskottsproblem, vad manganet beträffar. Mycket låga mangantillgångar äro därvid ofördelaktiga för nötkreaturen, vilket visar sig i acetonämier hos kor på kalkrika jordbruk, och alltför stor rikedom på mangan i en del naturlig vegetation framkallar vissa lymfatiska sjukdomsbilder hos hästar, enkannerligen på skogsbeten i Norrland och i norra Värmland.

Koppar hör också till de metaller, som först i vårt århundrade kommit att inrangeras bland de biogena elementen. Detta skedde 1925, genom holländarna Hudig och von Meyer, i samband med spannmålsodling på nyodlad mark, som man fann behäftad med någon s. k. »marksjukdom» eftersom spannmålsodlingen gav upphov till en symtombild, som vi i Sverige kalla gulspetssjuka (på holländska »ontginningsziekte») med miserabla kärnskördar som resultat och en oproportionerlig mängd slösäd.

Även i Sverige ha vi en del kopparproblem i jordbruk och husdjursskötsel. Enligt de inventeringsarbeten, vi utfört vid Lantbrukshögskolan på vegetation och på jord, ha vi att räkna med två eller tre betydande kopparbristområden. Gränsdragningen är lättast att åstadkomma för ett underskottsområde i koppar som omfattar mellersta och norra Norrlands inland, alltså icke kustbygd och fjällbygd, och där kopparbrist är allmän och delvis mycket framträdande på alla torvjordar och därnäst inom samma område på sandjordar.

I sydvästra Sverige ha vi ett kopparbristområde i Kronobergs, Kristianstads och Blekinge län, med utlöpare till södra Halland och till södra Älvsborgs län, och med de lägsta extremvarianterna i Villands härad i norra Kristianstads län kring Ivösjön och på själva Ivön. Vad vi förlora på denna kopparbrist, i den mån man lämnar den obeaktad, är i första hand att det blir en onödig mängd slösäd, i synnerhet under eljest gynnsamma skördeår, och därnäst att nötkreaturen ha ett oavvisligt behov av koppar för vidmakthållandet av normala våmfunktioner. Kopparn är ett typiskt mikroelement, och normala siffror på en markvegetation hålla sig omkring 5—10 ppm, låga extremvarianter kunna gå ned till någon enda miljondel.

Att bekämpa kopparbrist hör till de allra enklaste sakerna. I regel räcker det med att man tillför omkring 50 kg kopparsulfat pr hektar, som man emellertid bör plöja ned för att få någon omedelbar effekt, då kopparn rör sig mycket långsamt nedåt i jorden. Den bromsas upp mycket effektivt av markens organiska substans.

Zink dök upp som ett intressant tillskott till vår lista på för växtlivet intressanta grundämnen mot slutet av 1920-talet, genom amerikanska arbeten i samband med växtodlingen på de s. k. Everglades i Florida, och snart kom det liknande signaler även från Kalifornien. Man har i Sverige i anledning härav lagt ett antal gödslingsförsök i zink på typiskt mineralämnesfattiga jordar, i regel utan något resultat alls och aldrig med skördestegringar av

statistisk signifikans. Inom växtodlingen på åkern ha därför svenska zinkinventeringar fått vänta för andra och till synes mera trängande forskningsuppgifter. Av de material, som framlagts från Florida och från Kalifornien har man emellertid kunnat draga den slutsatsen, att zinkbrist kan bli aktuell i synnerhet inom våra fruktodlingar, främst gäller det nog äppelträden, om odlingen sker på sandjordar och grusjordar och utan tillförsel av stallgödsel, som är en viktig faktor i samband med zink.

De för växterna erforderliga kvantiteterna zink äro belägna någonstädes mellan motsvarande siffror för mangan och för koppar, med medeltal varierande mellan 20 och 50 ppm.

Zinkbristsymtom, som uppkomma i synnerhet vid fruktträdsodling vid en mera markerad zinkbrist äro mycket karakteristiska. I stället för nya skott utbildas små bladrosetter, utan att några nya skott skjuta fram, det blir i stället en anhopning av bladanlag och av blad, som oftast äro förkrympta, och det kan inträffa att hela träd uppvisa en påtaglig småbladighet — veritabla miniatyrblad. Trädets tillväxt och även fruktsättningen blir naturligtvis starkt lidande.

Även bekämpandet av zinkbrist hos träden kan ske i ganska originella former, exempelvis så att man slår in galvaniserade spikar i stammen eller i grenar, som därefter tillfriskna, medan på detta sätt obehandlade grenar bibehålla sitt efterblivna tillstånd. I Sverige har efter den allmänna upplysningsverksamhet, som på olika vägar kommit till stånd i samband med mikroelement, från trädgårdsodlare vid upprepade tillfällen anmälts egna iakttagelser om den påtagliga effekten av att använda zink, exempelvis på detta sätt. Men i det stora hela kan jag inte yttra mig om hur fruktodlingen i stora drag ligger till med avseende på zink, eller andra växtnäringsämnen, då fruktodlingen är en näringsgren, som i första hand tillhör Alnarpsinstitutets kompetensområde.

Molybden blev från lantbrukskemisk synpunkt ett element av större intresse först år 1930, då Bortels, i samband med undersökningar av jordens kvävehushållning, fann att kvävebindning i jorden genom inverkan av kvävefixerande bakterier är beroende av molybden i kvantiteter om miljondelar. Här råder en intressant överensstämmelse mellan jordmikroorganismernas och de kemiska ingenjörernas intressen därigenom att nyttan av molybden som beståndsdel i katalysatorn vid kvävefixering enligt Haber-Bosch och liknande metoder redan tidigare hade blivit bekant.

För litet molybden sätter man alltså i samband med ogynnsamma kväveförhållanden i åkerjord, för mycket kan också före-

komma och utövar i så fall en ofördelaktig inverkan huvudsakligen på husdjursstocken, främst på nötkreatur, hos vilka molybdenet uppträder som en antagonist till kopparn. Det förekommer alltså, i synnerhet i England, kvalitetsdefekter hos hö- och betesvegetation, förorsakade av molybdenöverskott. Dessa kunna motverkas genom en liten stegring i djurens koppartillförsel. I Sverige bedrivas en del inventeringsarbeten beträffande molybden, som ännu inte äro avslutade men som i sitt nuvarande läge ha invaggat oss i en viss bekymmerslöshet inför molybdenproblemen.

Om den moderna *kobolt*forskningen inom jordbruk och husdjursskötsel får jag i korthet omnämna endast följande. För vidmakthållande av fårens och nötkreaturens trivsel och avkastning erfordras, att deras foder innehåller kobolt i alldeles minimala kvantiteter. I de fall, att alla övriga förutsättningar för dessa grenar av husdjursskötseln äro förhanden, kan en fårskötsel bli lönande, om fodermedlen innehålla i genomsnitt 0,06 ppm kobolt, och för nötkreaturen gäller 0,03 ppm som en undre gräns. Koboltbrister i fodermedlen visa sig hos fåren i synnerhet genom en dålig utveckling av lammen och betydande förluster av gagnslamm i förhållande till antalet födda lamm. Hos nötkreaturen har man att vid koboltbrist förutse i synnerhet efterblivenhet hos ungdjur, dålig anpassningsförmåga av kor vid förflyttningar och en del ämnesomsättningsrubbningar i form av acetonämi. På grund av de alldeles minimala kvantiteter av det biogena elementet, det här är fråga om, äro naturligtvis nu pågående inventeringsarbeten ett ganska dyrbart företag. I skarp kontrast däremot, men likaledes som en följd av de minimala behoven av kobolt, är materialkostnaden för att förse en ko med kobolt under ett års tid, exempelvis genom koboltering av mineralfodret, belägen vid endast omkring 2 öre pr år. Man kan med lätthet ordna denna detalj i utfordringen genom att använda exempelvis foderfosfat försatt med 0,02 % koboltsulfat, dvs. 20 gram pr 100 kg av varan.

I sällskap med alla mikrometallerna ha vi också en metalloid, nämligen *bor*, som har låtit mycket tala om sig och som har fått sitt produktionsekonomiska område, om detta uttryck tillåtes, undan för undan utvidgat. Det hela tog här sin början med betodlingen, som ofta besvärats av en särskild bristsjukdomstyp, hjärtröta, med starkt nedsatta hektarskördar. I början av 1930-talet visade en tysk forskare, Brandenburg, att det etiologiska momentet vid hjärtrötan var brist på bor som enligt senare analyser skall ingå i torrsubstansen hos friska betor till en kvantitet

av minst 30 ppm. Bor blev sedan under många år ett betodlingens och rotfruktsodlingens speciella mikroelement, som man tillför odlingarna i form av borax eller borsyra — omkring 15—20 kg per hektar. Det visar sig emellertid efter hand att så gott som alla arter av släktena Brassica och Rapae äro känsliga för borbrist, därefter kommer fröodlingen av klöver, klöverodling i största allmänhet under torrår, lin och andra grödor. Trädgårdsmästarna ha i blomkålen, vid sidan av morötter och rödbetor, fått en särskilt förnämlig indikatorväxt på bortillståndet i marken. Blomkålsodlingen misslyckas nämligen vid borbrist fullständigt och borgödsling till denna odling kan då medföra sannskyldiga underverk. Hos fruktträden ha åtminstone vissa former av s. k. korksjuka och pricksjuka på frukten kunnat sättas i samband med borfattigdom, och hos en del potatissorter benägenhet för svartfärgning. Utbildningen av frukter och frön inom växtriket anses vara i viss utsträckning en borfråga; det är i det sammanhanget bor utvecklar några av sina tydligaste funktioner, med det minst iögonenfallande borbehovet hos graminéerna och alltså även vid spannmålsodlingen.

För husdjursskötseln synes däremot växternas naturliga borhalt alltid vara tillräcklig, så att bor utövar sina funktioner inom djurvärlden uteslutande indirekt, genom möjliggörande av stora hektarskördar och därmed ett gott vegetabiliskt underlag för den animala produktionen.

Som en avslutning till min framställning skulle jag vilja framhålla, att en genomgående god näringsförsörjning av jordbruket och den därav beroende husdjursskötseln med dess mest primära produktionsfaktorer, de biogena elementen, är ägnad att medföra en ymnigt avkastande växtodling och animalieproduktion ej endast direkt, utan även indirekt därigenom att en god näringsförsörjning ger upphov till en bättre motståndskraft mot en hel rad ofördelaktiga inflytanden, exempelvis frost och torka. Icke endast avkastningens storlek, utan även dess kvalitet, främst inom växtodlingen, är likaledes starkt beroende av näringstillgångarnas allsidighet. Den ökade motståndskraften mot ogynnsamma yttre inflytanden under förutsättning av en fullgod näringsmiljö är för övrigt en erfarenhet, som är gemensam med avseende på både växter, djur och människor. Borfattiga och av hjärtröta angripna sockerbetor falla i en betydligt ökad utsträckning offer för betans infektionssjukdomar, kalifattiga trädgårdsprodukter äro ömtåliga för förstörelse under lagring och transport och medföra en förlustbringande kassationsprocent, fosfatfattigt utfodrade kor vägra

att bli dräktiga, koboltfattiga får besväras i ökad utsträckning av sina speciella inälvsparasiter. Att undernäring av en population lika ofta tar sig uttryck i bristsjukdomar som i en stegrad predisposition för parasitära sjukdomsyttringar hör till krigsmedicinens vanligaste erfarenheter.

Växtnäringsfrågorna intaga därför otvivelaktigt i stor utsträckning en nyckelposition inom alla former av vegetabilisk produktion, långt ifrån enbart med hänsyn till produktionens snabbhet eller hektarskördarnas storlek.

Litteratur

BEAR and KITCHEN, Minor Elements, Soil Science 1945.
SCHARRER, Biochemie der Spurenelemente, II. Aufl., Berlin.
SVANBERG, Mikroelement och några andra sekundära grundämnen i jordbruk och husdjursskötsel, LT:s förlag, Stockholm.

Om uppdelning i stambråk

Av lektor Bengt Lindwall, Norrköping

I anslutning till John Hagströms artikel i Elmenta 34 (1951), s. 95 om fornegyptisk stambråksuppdelning tillika med lektor Wahlgrens tillägg får jag antyda en allmän princip för dylik uppdelning.

Man kan bevisa, att varje egentligt, oförkorteligt bråk $\frac{a}{b}$ kan skrivas

$$\frac{a}{b}=\sum_i \frac{1}{c_i} \quad (i=1, 2, 3, \ldots)$$

där de positiva heltalen c_i äro underkastade villkoren

1) intet c_i är $=b$ 2) $c_i<c_i+1$ för varje i.

Stambråksutvecklingen kan vara avslutad eller oavslutad.

Bevis: Då $a<b$, kan man skriva

$$b=k_1a+r_1 \quad (r_1<a;\ k_1 \text{ heltal})$$

varav

$$\frac{a}{b}=\frac{1}{k_1+r_1:a}>\frac{1}{k_1+m_1} \quad (m_1=1, 2, 3, 4, \ldots).$$

Man kan då skriva

$$\frac{a}{b}=\frac{1}{k_1+m_1}+\frac{a_1}{b_1}$$

där a_1/b_1 är ett nytt egentligt bråk mindre än a/b.

Om $a_1=1$, är bråkutvecklingen avslutad.

Om $a_1 \neq 1$, kan exakt samma resonemang som ovan tillämpas på $a_1 : b_1$. Man får (efter ev. förkortning av $a_1 : b_1$ till a_1'/b_1')

$$\frac{a_1}{b_1}=\frac{1}{k_2+r_2 : a_1}=\frac{1}{k_2+m_2}+\frac{a_2}{b_2}$$

och ev. motsvarande för a_1'/b_1'.

Man kan alltså alltid utveckla a/b i en stambråksserie.

Då m_i kunna var för sig väljas på oändligt många sätt, existerar ett mångfaldigt oändligt antal stambråksutvecklingar för varje givet egentligt förkortat bråk, även om möjligheterna kunna begränsas av de givna utgångsvillkoren för c_i.

Serieutvecklingarna kunna vara *avslutade* eller *oavslutade*.

Nödvändiga och tillräckliga villkoret för avslutad serieutveckling är att a_i (ev. efter förkortning) från och med en viss term monotont avtaga mot 1.

En ändlig stambråksutveckling kan man erhålla bl. a. genom att låta varje m_i, åtminstone från och med en viss term, vara 1. Ty i så fall gäller (med användande av utgångsbeteckningarna)

$$\frac{a}{b}=\frac{1}{k_1+r_1 : a}=\frac{1}{k_1+1}+\frac{a-r_1}{(ak_1+r_1)\ (k_1+1)}$$

och, då $a-r_1<a$, avtager täljaren för varje steg och konvergerar följaktligen mot 1. (Kan det andra bråket förkortas, uppnås slutpunkten ännu snabbare.)

Villkoret: samtliga $m_i=1$ (från en viss term) är *tillräckligt* och kan användas för uppställandet av avslutade stambråksutvecklingar. Möjligheterna äro för varje bråk obegränsade.

Men detta villkor är ej nödvändigt, som uppgifterna här nedan visa.

Om m_i ej underkastas sistnämnda villkor, kan bråkutvecklingen efter omständigheterna bli avslutad eller oavslutad. Man har nämligen

$$\frac{a}{b}=\frac{1}{k_1+m_1}+\frac{am_1-r_1}{(ak_1+r_1)\ (k_1+m_1)}$$

Här kunna olika möjligheter uppträda:

1) det sist angivna bråket kan förkortas med hela täljaren: utvecklingen är avslutad;

2) bråket ifråga kan ej förkortas med hela täljaren: utvecklingen fortsätter.

(I händelse av oavslutad utveckling erhålles en konvergent serie.)

Exempel

1. $\frac{3}{7}=\frac{1}{3}+\frac{1}{11}+\frac{1}{231}$ $(m_1=m_2=1)$

$\frac{3}{7}=\frac{1}{4}+\frac{1}{7}+\frac{1}{28}$ $(m_1=m_2=2)$

$\frac{3}{7}=\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{20}+\frac{1}{84}$ $(m_1=3,\ m_2=2,\ m_3=4)$

$\frac{3}{7}=\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{14}+\frac{1}{21}$ $(m_1=4,\ m_2=4,\ m_3=6)$

2. $\frac{3}{7}=\frac{1}{8}+\frac{17}{56};\ \frac{17}{56}=\frac{1}{9}+\frac{97}{504}$ $(m_1=6,\ m_2=6;\ m_3=5)$

$\frac{97}{504}=\frac{1}{10}+\frac{233}{2520};\ \ldots$

Här synas bråken divergera med avseende på täljarna, om m_i väljas större än 1. Visserligen kan man återföra serien »till ordningen» genom att välja $m_4=m_5=1$, men man kan också fortsätta med $m_4=2$ och $m_5=11$ och därmed komma till

$$\frac{3}{7}=\frac{1}{8}+\frac{1}{9}+\frac{1}{10}+\frac{1}{12}+\frac{1}{120}+\frac{1}{1260}$$

eller med $m_4=4$, $m_5=13$, $m_6=131$ till

$$\frac{3}{7}=\frac{1}{8}+\frac{1}{9}+\frac{1}{10}+\frac{1}{14}+\frac{1}{60}+\frac{1}{360}+\frac{1}{630}$$

Förhållandena äro mycket invecklade och svåröverskådliga. Det väsentliga vid avslutad stambråksutveckling i enlighet med de i uppsatsens början angivna utgångsvillkoren är, att man manipulerar med m-värdena, så att täljarna bilda en, från början eller från något visst steg i utvecklingen, mot 1 monotont sjunkande serie; detta sammanhänger med förkortningsmöjligheterna.

Frågan om täljarnas divergens jämte undersökningen av motsvarande konvergenta oändliga serier kan ej tas upp i denna uppsats, även om denna fråga är av stort intresse.

PHILIPS

oscillografer utomordentliga hjälpmedel för tekniker och vetenskapsmän

Bredbandsoscillografen GM 5653

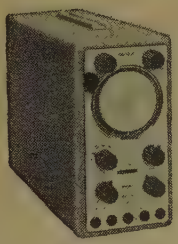
för universellt användning inom elektrisk och mekanisk forskning och drift. Specialförstärkare möjliggör, även vid mycket höga frekvenser, naturtrogen återgivning av impulsformiga spänningar. Tekniska data: Känslighet 15 mV/cm inom frekvensområdet 1 p/s – 3 Mp/s. Vid 7 Mp/s ca 50 mV/cm. Ingångsimpedans 1M + 15 pF. Separat testkropp höjer ingångsimpedansen till 10 Mohm och reducerar ingångskapacitansen till 7 pF. Vippfrekvens 5–500000 p/s. Plan, 100 mm skärm. Triggad tidsaxel.

Pris 2350 kr.

Lågfrekvensoscillografen GM 3156

med extra hög känslighet och frekvensområde ned tilll 0,1 p/s, lämplig för såväl industriellt bruk som laboratorieändamål och forskning. Känsligheten är 1 mV/cm bildhöjd inom frekvensområdet 0,1 – 10000 p/s. Vippfrekvens 0,25 – 2000 p/s. Plan, 100 mm skärm.

Pris 1675 kr.



Den lilla oscillografen GM 5655

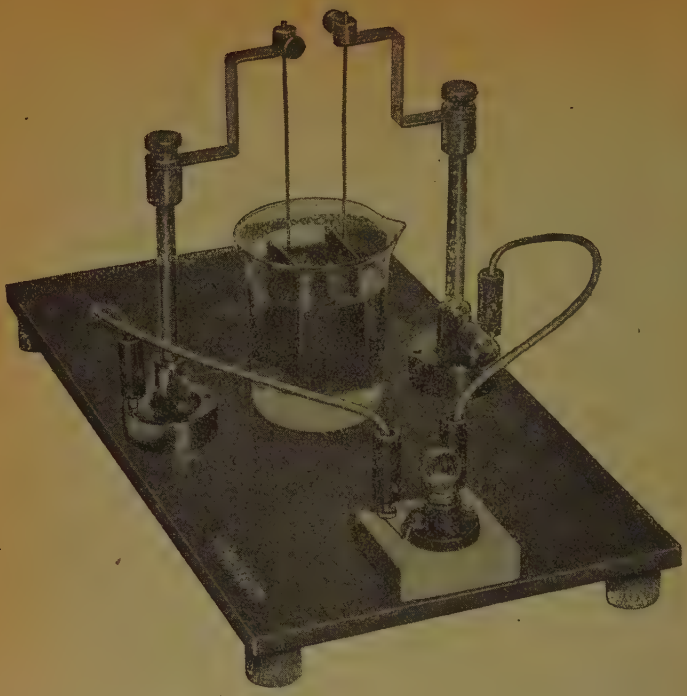
har separat uttag för testkropp, innehållande ett likriktar- och förstärkarrör. Med hjälp av testkroppen kan en modulerad HF-spänning upp till 30 Mp/s studeras. Frekvensomfånget för såväl vertikal- som horisontalförstärkaren är 6 p/s – 100 kp/s och känsligheten vertikalt 30 mV/cm, horisontalt 45 mV/cm bildhöjd. Vippfrekvens 15 p/s–20 kp/s. Plan, 70 mm skärm.

Pris 625 kr.

PHILIPS

MÄTINSTRUMENTAVDELNINGEN, STOCKHOLM 6

Tel. 340580, för rikssamtal 340680



Norstedts laborationsmateriel

för realskolan levereras i lådor och på plintar för följande områden:

Allm. hjälpmedel — Matematiska laborationer — Värmelära — Optik
Täthet — Magnetism — Elektricitetslära — Kemi

Utförlig förteckning och prisuppgift på begäran

P. A. NORSTEDT & SÖNER

Skolavdelningen — Stockholm

En teckenfråga

Av lektor Josef Andersson, Vaxholm

Ett lineärt uttryck $f(x, y)=ax+by+c$, där a och b ej försvinna samtidigt, är som bekant lika med *noll*, när $P(x, y)$ ligger på den linje l vars ekvation är $f(x, y)=0$, *positivt*, när P ligger på den ena sidan (»plussidan») om l, *negativt*, när P ligger på den andra sidan (»minussidan») om l. Uttryckets talvärde är proportionellt mot P:s avstånd från l. Detta gäller i alla parallellkoordinatsystem.

Vi uppställa följande problem:

> *Om $f_i(x, y)$, $i=1, 2, 3$, äro tre lineära polynom, vilkas tillhörande linjer avgränsa en egentlig triangel, hur skall man avgöra polynomens tecken i denna triangels inre utan att vädja till figuren?*

Determinanten

$$\Delta=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

och de till c_1, c_2, c_3 hörande underdeterminanterna C_1, C_2, C_3 äro alla $\neq 0$, och vår fråga kan besvaras med: *Tecknen för f_i i triangelns inre äro desamma som tecknen för $C_i\Delta$, $i=1, 2, 3$.*

Om riktigheten härav kan man övertyga sig på följande sätt.

1. De tre linjerna l_i indela planet i 7 områden (»fält»), medan antalet a priori tänkbara teckenkombinationer är 8, nämligen $(\pm, \pm, \pm)$. En av dessa möjligheter måste följaktligen vara orealiserad. Det är $(-C_1\Delta, -C_2\Delta, -C_3\Delta)$, om med denna beteckning eller den kortare $(-C_i\Delta)$ förstås att f_i har samma tecken som $-C_i\Delta$, $i=1, 2, 3$, för alla punkter inom det område där detta »fälttecken» gäller. Skälet är identiteten

$$f_1C_1\Delta+f_2C_2\Delta+f_3C_3\Delta=\Delta^2 \qquad (1)$$

som gör att alla termer i vänstra ledet ej kunna vara negativa.

2. Av kombinationen $(C_i\Delta)$ får man alltså vilken som helst av de andra 6 verkliga fälttecknen genom högst två teckenbyten och $(C_i\Delta)$ är ensamt om denna egenskap. Å andra sidan kan man från triangelns inre komma till ett, vilket som helst, av de andra 6 fälten utan att passera mer än högst två l_i, vilket icke lyckas, om man startar från något annat område. Härav följer påståendet.

Det är klart att tecknen hos $C_i\Delta$ ej ändras vid den allmännaste koordinattransformationen från ett system parallellkoordinater till ett annat, något som kan verifieras direkt utan användning av dessa tals betydelse för »fältteckнen».

Ett exempel på användningen av denna regel, när koordinaterna för enkelhets skull förutsättas vara rätvinkliga (med lika enhetssträckor på båda axlarna), är följande. Längden av den på l_i liggande triangelsidan betecknas λ_i och tillhörande höjd h_i. Motstående hörn $L_i(x_i, y_i)$ har koord. $(A_i : C_i;\ B_i : C_i)$, där A_i, B_i äro underdeterminanterna för a_i, b_i i Δ; $(\xi_0;\ \eta_0)$ är centrum I i den inskrivna cirkeln, (ξ_i, η_i) centrum I_i i den vid λ_i vidskrivna. *Utan tvekan ifråga om teckenvalet* har man då

$$\frac{a_1\xi_0+b_1\eta_0+c_1}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}}\cdot\frac{C_1\Delta}{|C_1\Delta|}=\frac{a_2\xi_0+b_2\eta_0+c_2}{\sqrt{a_2^2+b_2^2}}\cdot\frac{C_2\Delta}{|C_2\Delta|}=\ldots=r \tag{2}$$

Korresponderande addition ger

$$r=\frac{|\Delta|}{\Sigma\sqrt{(a_i^2+b_i^2)C_i^2}} \tag{3}$$

Vid insättning av $x=x_i$, $y=y_i$ i identiteten (1) erhålles

$$\frac{f_i}{\sqrt{a_i^2+b_i^2}}\cdot\frac{C_i\Delta}{|C_i\Delta|}\cdot|C_i\Delta|\sqrt{a_i^2+b_i^2}=\Delta^2$$

dvs.
$$h_i=|\Delta|:\sqrt{(a_i^2+b_i^2)C_i^2} \tag{4}$$

varigenom (3) övergår i den planimetriska formeln

$$r=1:\Sigma\frac{1}{h_i}. \tag{3'}$$

För att få r_i skall man byta tecken framför motsvarande term i nämnarna i (3) och (3'). Om man före den korresponderande additionen i (2) förlänger de tre första leden med $\frac{A_1}{C_1}$, $\frac{A_2}{C_2}$, $\frac{A_3}{C_3}$ resp., kommer man till

$$\Delta^2\xi_0:\Sigma|\Delta|x_i\cdot\sqrt{(a_i^2+b_i^2)C_i^2}=r$$

eller, enl. (3') och (4)

$$\xi_0=\Sigma\frac{x_i}{h_i}:\Sigma\frac{1}{h_i}=\Sigma\lambda_i x_i:\Sigma\lambda_i$$

och motsvarande uttryck för η_0, två kända formler. Teckenändring av λ_i ger $(\xi_i,\ \eta_i)$.

Enligt (4) äro $\sqrt{(a_i^2+b_i^2)C_i^2}$ proportionella mot triangelsidorna. En bekräftelse härav får man om man dividerar samtliga med

$\sqrt{a_1^2+b_1^2}\cdot\sqrt{a_2^2+b_2^2}\cdot\sqrt{a_3^2+b_3^2}$, vilket går ut på att förutsätta s. k. normalform för sidornas ekvationer från början. Man får då värdena $|\sin(\alpha_3-\alpha_2)|$, $|\sin(\alpha_1-\alpha_3)|$, $|\sin(\alpha_2-\alpha_1)|$, där α_1, α_2, α_3 äro höjdernas riktningsvinklar, och återföres till sinusteoremet för trianglar.

Fullkomligt analoga resonemang kunna genomföras för en tetraeder, avgränsad av fyra plan

$$f_i(x,y,z)=a_ix+b_iy+c_iz+d_i=0, \quad i=1,2,3,4.$$

Om de till d_1, d_2, d_3, d_4 hörande underdeterminaterna

i $$\Delta=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ - & - & - & - \\ - & - & - & - \\ a_4 & b_4 & c_4 & d_4 \end{vmatrix}\neq 0$$

som alla äro $\neq 0$, betecknas D_1, D_2, D_3, D_4, gäller nämligen att f_i *har samma tecken som* $D_i\Delta$, $i=1,2,3,4$, *i tetraederns inre.* De fyra planen indela rummet i 15 områden, medan antalet a priori tänkbara teckenkombinationer är de 16 $(\pm,\pm,\pm,\pm)$. En av dessa måste därför vara orealiserad, och det är den, där f_i skulle ha motsatt tecken mot $D_i\Delta$, $i=1,2,3,4$. Detta följer av identiteten

$$\Sigma f_iD_i\Delta\equiv\Delta^2 \tag{5}$$

Att sedan $(D_i\Delta)$ är den i tetraederns inre rådande teckenkombinationen inses därav att man kan komma

1) från $(D_i\Delta)$, och endast från denna, till var och en av de 14 andra utan att behöva ändra mer än högst 3 tecken för varje gång,
2) från tetraederns inre till vart och ett av de 14 andra områdena utan att behöva passera mer än högst 3 plan för varje gång, och att bland de 15 områdena detta är karakteristiskt just för tetraederns inre.

Under förutsättning att koordinaterna äro vanliga rätvinkliga får man formler analoga med de nyss uppskrivna för trianglar. Betecknas underdeterminanterna för a_i, b_i, c_i i Δ med A_i, B_i, C_i, har hörnet P_i, där alla f utom f_i försvinna, koordinaterna $x_i=A_i:D_i$, $y_i=B_i:D_i$, $z_i=C_i:D_i$.

Insättning i (5) ger

$$\frac{1}{h_i}=\left|\frac{D_i}{\Delta}\right|\sqrt{a_i^2+b_i^2+c_i^2} \tag{6}$$

då h_i betecknar den från hörnet P_i utgående höjden i tetraedern.

Är nu (ξ_0, η_0, ζ_0) centrum i den inskrivna sfären med radien r, har man *med riktiga tecken*

$$r=\frac{a_1\xi_0+b_1\eta_0+c_1\zeta_0+d_1}{\sqrt{a_1^2+b_1^2+c_1^2}}\cdot\frac{D_1\Delta}{|D_1\Delta|}=\ldots=\ldots=\ldots \tag{7}$$

eller enligt (6)

$$r=\frac{(a_1\xi_0+b_1\eta_0+c_1\zeta_0+d_1)D_1\Delta}{\Delta^2\cdot\dfrac{1}{h_1}}=\ldots=\ldots=\ldots \tag{7'}$$

varav enligt (5), efter korresponderande addition i de 4 sista bråken:

$$r=1:\Sigma\frac{1}{h_i}. \tag{8}$$

Om man i (7') förlänger de 4 sista bråken med respektive $A_i:D_i$, erhålles

$$r=\frac{\Delta\Sigma A_i(a_i\xi_0+b_i\eta_0+c_i\zeta_0+d_i)}{\Delta^2\Sigma\dfrac{x_i}{h_i}}=\frac{\xi_0}{\Sigma\dfrac{x_i}{h_i}}$$

som enligt (8) även ger

$$\xi_0=\Sigma\frac{x_i}{h_i}:\Sigma\frac{1}{h_i}. \tag{9}$$

Betecknas arean av den mot P_i stående sidoytan med Y_i, kan man även skriva

$$\xi_0=\frac{\Sigma Y_i r_i}{\Sigma Y_i}. \tag{10}$$

Analoga formler erhållas för η_0 och ζ_0.

För att få radie r_i och centrum (ξ_i, η_i, ζ_i) i den vid sidoytan Y_i vidskrivna sfären har man att ändra tecknet till minus framför $\frac{1}{h_i}$ och Y_i i (8), (9), (10).

I en allmän tetraeder kan det finnas ytterligare tre klot, som tangera alla fyra begränsningsplanen. De erhållas genom två teckenändringar i (8), (9), (10), vilket kan ske på 6 sätt. Dock leda två och två till samma resultat i (9) och (10). I (8) får man radierna med dubbla tecken. Detta beror på att man i dessa fall först sedan centrums koordinater beräknats kan avgöra, om ett visst klot tangerar t. ex. $f_1=0$ och $f_2=0$ på tetraedersidan och $f_3=0$, $f_4=0$ på icke-tetraedersidan eller *tvärtom*.

Om analogien mellan elektriska och magnetiska fält i materiella medier

Av docent Stig Hjalmars, Stockholm

I denna uppsats skall behandlas ett problem, som brukar erbjuda ganska stora svårigheter vid det högre studiet av elektricitetsläran. Problemet består i att man å ena sidan har uppenbar formell analogi mellan det elektriska och det magnetiska fältet i vakuum, medan å andra sidan denna analogi visar skenbara brister, när man inför materiella medier i fältet. Svårigheten ligger i jämförelsen mellan de elektriska vektorfälten E och D och de magnetiska vektorfälten H och B.

För att precisera problemställningen påminner jag om Thomsons definitioner av dessa fält. Dessa definitioner äro ekvivalenta med alla andra i litteraturen förekommande.

E:s och H:s komponenter i en given riktning erhållas genom att man i mediet urholkar ett smalt rör i den givna riktningen. Inuti det evakuerade röret uppmätes komponenten längs röret av kraften på en elektrisk enhetsladdning resp. på en magnetisk enhetspol. Dessa kraftkomponenter, multiplicerade med arbiträra, icke nödvändigtvis dimensionslösa sortkonstanter, definieras som E:s, resp. H:s komponenter längs den givna riktningen.

D:s och B:s komponenter i en given riktning erhåller man i stället genom att i mediet urholka en tunn skiva, vinkelrätt mot den givna riktningen. Inuti den evakuerade skivan uppmätes komponenten vinkelrätt mot skivan av kraften på en elektrisk enhetsladdning resp. magnetisk enhetspol. Dessa kraftkomponenter, multiplicerade med i allmänhet andra sortkonstanter än i föregående fall, definieras som D:s, resp. B:s komponenter i den givna riktningen.

Genom dessa definitioner har man som synes återfört definitionen av fälten på uppmätningen i vakuum av kraftverkan på en elektrisk provladdning resp. provmagnet eller provspole. Trots att t. ex. E och D sålunda bägge äro proportionella mot kraftverkan på en provladdning i vakuum och den enda väsentliga skillnaden ligger i den urholkade volymens form, brukar man i vissa måttsystem ge dem olika enheter och dimensioner genom att på lämpligt sätt förfoga över de i definitionerna omnämnda multiplikativa

konstanterna. Analogt gäller givetvis för H och B. Valet av enheter är dock rent konventionellt och därför inte av så stort principiellt intresse. Enhetsvalet kan givetvis inte bidraga vare sig till uppkomsten eller lösandet av några väsentliga svårigheter vid diskussionen av sambanden mellan de fysikaliska storheterna. I denna artikel är skrivsättet avpassat efter det numera vanligaste måttsystemet, nämligen det rationaliserade Giorgi-systemet, men detta har ingen som helst betydelse för resonemangen.

En annan fråga, som likaledes på grund av sin konventionella natur inte är särskilt intressant, är benämningen av fälten E, D, H och B. I litteraturen råder visserligen full enighet om den fysikaliska betydelsen av bokstäverna E, D, H och B. Vidare torde alla också vara eniga om att kalla E för den elektriska fältstyrkan och D för den elektriska induktionen eller förskjutningen. Emellertid går meningarna ganska skarpt isär beträffande benämningen av H och B. Ett bekvämt sätt att slippa taga ställning i denna lidelsefulla strid har jag funnit vara att såväl i tal som skrift kalla fälten kort och gott för E, D, H och B, om vilka beteckningar ju alla äro ense.

Efter dessa förberedelser kunna vi övergå till den i inledningen antydda svårigheten och formulera den så, som den kanske vanligen möter studenten.

Betrakta först ett elektriskt dubbelskikt (dipolskikt) med överallt samma dipolmoment per ytenhet. Antag, att det i vakuum omger sig med fälten E_0 och D_0, varvid $D_0 = \varepsilon_0 E_0$. Utfyll nu hela rummet med ett medium med överallt samma dielektricitetskonstant ε. Liksom för varje system av punktladdningar komma de nya fälten att bli:

$$E' = \frac{1}{\varepsilon} \cdot E_0 \text{ och } D' = D_0 \text{ så att } D' = \varepsilon\varepsilon_0 E'.$$

D blir sålunda oförändrad och E blir dividerad med ε.

Betrakta nu en strömkrets med strömstyrkan I och antag, att kretsen har samma form som randen av det ovannämnda elektriska dubbelskiktet. Enligt Ørsteds försök omger sig denna strömkrets i vakuum med samma magnetiska fält som ett magnetiskt dubbelskikt med strömkretsen som rand och överallt samma dipolmoment I per ytenhet. Detta magnetiska dubbelskikt har alltså samma rand som det ovannämnda elektriska. De båda skikten kunna då antas ha precis samma form eftersom endast randen är avgörande för fältet från ett dipolskikt med överallt samma dipolmoment per ytenhet. Antag, att fälten, som strömkretsen

alstrar i vakuum, äro H_0 och B_0, varvid $B_0 = \mu_0 H_0$. Utfyll nu rummet med ett medium med överallt samma magnetiska permeabilitet μ. Erfarenhetsmässigt har man då att de nya fälten bli

$$H' = H_0 \text{ och } B' = \mu B_0, \text{ så att } B' = \mu\mu_0 H'.$$

H blir sålunda oförändrad och B blir multiplicerad med μ.

Detta empiriska faktum framstår emellertid som paradoxalt på grund av följande resonemang. I såväl det elektriska som det magnetiska fallet består mediet av dipoler i vakuum: man säger, att mediet blir polariserat av fälten. Lagarna för beräkningen av denna polarisation äro alldeles desamma i det elektriska och det magnetiska fallet. De elektriska dipolerna i mediet böra sålunda påverkas på alldeles samma sätt av det elektriska dipolskiktet som de magnetiska dipolerna av den med ett magnetiskt dubbelskikt likvärda strömkretsen. Eftersom D och B enligt Thomsons definitioner uppmätas med likartade förfaranden, synes det nu omöjligt att förstå, att D blir oförändrad och B förändras vid införande av ett homogent medium. Analogt skulle givetvis gälla för H och E.

Resonemang som dessa, givetvis mer eller mindre preciserade, möter man inte sällan hos dem som studera elektricitetsläran på ett högre stadium. Framställningen i vissa läroböcker kan ibland förleda läsaren att tro att denna och likartade paradoxer kunna upphävas genom valet av måttsystem. Att detta är omöjligt, framgår dock av ovanstående argumentering, som är helt oberoende av måttsystemet. Studenten har nog också i allmänhet en riktig känsla av att måttsystemsfrågan måste vara betydelselös i sammanhanget. Resultatet av grubblerierna torde emellertid oftast bli att vederbörande resignerar. Han accepterar givetvis det empiriska resultatet men bibehåller en olustig känsla av något osammanhängande i teorien. Det kan därför kanske vara av värde att närmare analysera det ovanstående resonemanget, påvisa var felet sitter och rätta detta, så att resultatet blir i överensstämmelse med erfarenheten.

Nyckeln till problemet ligger i påståendet, att en strömkrets med strömstyrkan I omger sig med samma magnetiska fält, som ett magnetiskt dubbelskikt med strömkretsen som rand och överallt samma dipolmoment I. Detta uttalande måste tolkas så, att fältet från strömkretsen är detsamma som det *yttre* fältet från ett dubbelskikt. Ett elektriskt dubbelskikt har emellertid också ett *inre* fält, som helt saknar motsvarighet vid magnetfältet från strömkretsen. Detta förhållande, som är betydelselöst i vakuum, spelar emellertid en stor roll, när man utfyller hela rummet med

ett medium. Att utfylla hela rummet betyder för de elektriska dipolskiktens del, att man utfyller även det inre av skikten med mediet. Detta kan emellertid ej utföras vid strömkretsen, där det inre området saknas. Den riktiga elektriska analogien till en strömkrets i ett homogent medium är sålunda ett elektriskt dubbelskikt, där man utfyllt hela det yttre området med mediet, men låtit det inre av dipolskiktet förbli vakuum.

Låt oss utföra denna procedur med det förut betraktade elektriska dipolskiktet, vars vakuumfält var E_0 och D_0. Vi ha upplöst vår paradox, ifall vi kan visa, att i så fall de nya fälten i det yttre området bli

$$E''=E_0 \text{ och } D''=\varepsilon D_0.$$

Detta skulle nämligen vara i full överensstämmelse med fallet med strömkretsen, där H blev oförändrad och B blev multiplicerad med μ.

För att bevisa, att det förhåller sig på detta sätt, kan vi göra följande överläggning. Dipolskiktet, vars tjocklek må vara d, består av ytladdningen $+\sigma$ per ytenhet på ena sidan och $-\sigma$ på den andra. Man gör gränsövergången $\sigma \to \infty$, $d \to 0$, så att $\sigma \cdot d$ går mot ett ändligt gränsvärde, nämligen dipolmomentet per ytenhet. Vid denna gränsövergång blir fältet oändligt i det inre området, där verkningarna från $+\sigma$ och $-\sigma$ samverka. I det yttre området däremot, där verkningarna från $+\sigma$ och $-\sigma$ äro motsatta och subtraheras, förblir fältet ändligt. Om man har vakuum både i det yttre och det inre området, äro källorna till fältet E_0 givetvis ytladdningarna $\pm\sigma$.

Utfyll först både det yttre och det inre området med ett medium med överallt samma dielektricitetskonstant ε. För att finna de nya fälten söka vi bestämma de fria laddningarna, ty dessa bestämma entydigt fältet E', till vilket de äro källor. Genom det yttre mediets polarisation uppstå inducerade ytladdningar $\mp\sigma_y$ på utsidorna av de sanna laddningarna $\pm\sigma$. Genom det inre mediets polarisation bildas inducerade ytladdningar $\mp\sigma_i$ på insidorna av $\pm\sigma$. Ytladdningarna $\mp\sigma_y$ äro liksom det yttre fältet ändliga och kunna alltså försummas i jämförelse med de oändliga $\pm\sigma$. Ytladdningarna $\mp\sigma_i$ bli desamma som i en plattkondensator. Man får sålunda

$$\mp\sigma_i=\mp\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\sigma.$$

De fria laddningarna, som äro källorna till E', bli sålunda:

$$\pm\sigma\mp\sigma_i=\pm\frac{\sigma}{\varepsilon},$$

dvs. $\frac{1}{\varepsilon}$ gånger de sanna laddningarna σ, som i vakuum gåvo upphov till fältet E_0. Vi få därför $E' = \frac{1}{\varepsilon} E_0$ och på grund härav

$$D' = \varepsilon\varepsilon_0 E' = \varepsilon_0 E_0 = D_0.$$

Utfyll nu endast det yttre området med mediet och låt det inre förbli vakuum. De yttre inducerade laddningarna $\mp\sigma_y$ äro även här försumbara i jämförelse med $\pm\sigma$. Några inre inducerade laddningar uppstå ju inte eftersom vi här ha vakuum. De fria laddningarna bli alltså i detta fall desamma som de sanna laddningarna $\pm\sigma$, och vi få $E'' = E_0$ varav

$$D'' = \varepsilon\varepsilon_0 E'' = \varepsilon\varepsilon_0 E_0 = \varepsilon D_0.$$

Detta är ju just vad vi önskade visa.

Vi se sålunda, att man måste vara försiktig, när man påstår, att en strömkrets är ekvivalent med ett dubbelskikt. Man måste komma ihåg, att denna ekvivalens endast sträcker sig till det yttre fältet från dubbelskiktet. Om man emellertid tar behörig hänsyn härtill, har man även vid närvaro av medier full formell analogi mellan det elektriska och det magnetiska fältet. Det kan kanske också förtjäna att påpekas, att vid verkliga magnetiska dubbelskikt, dvs. transversellt permanentmagnetiserade blad, kan man varken praktiskt eller principiellt utfylla det inre av dubbelskikten med ett medium. De uppföra sig alltså i det här behandlade avseendet alldeles som strömkretsar.

Till slut må framhållas, att de ovanstående resonemangen också gå att generalisera till det fall, då mediet icke är homogent, utan ε och μ varierar från punkt till punkt i rummet. I detta fall är som bekant linjeintegralen av $\boldsymbol{H}$ längs en sluten kurva, som omfattar strömtråden, precis densamma som i vakuum och vid homogent medium, nämligen lika med I. Även nu har man full formell analogi med det motsvarande elektriska dubbelskiktet, under förutsättning att man icke låter det inhomogena mediet uppfylla det inre av skiktet. Mot den slutna $\boldsymbol{H}$-integralen svarar nämligen i det elektriska fallet integralen av $\boldsymbol{E}$ längs en kurva, som för från en punkt på dubbelskiktets ena yta över det yttre området till den motsatta punkten på skiktets andra yta. Denna integral är lika med minus linjeintegralen mellan samma punkter över det inre, evakuerade området. Dess värde är alltså oberoende av mediet i det yttre området, i full överensstämmelse med det magnetiska fallet.

Reports on Progress in Physics 1950

Av lektor Torsten Jönsson, Stockholm

The Physical Society stiftades 1874. Samma år påbörjades utgivningen av The Proceedings of the Physical Society, som numera jämte The Philosophical Magazine (grundad 1798) och den mera exklusiva The Proceedings of the Royal Society är de engelska fysikernas mest anlitade medium för publicering av originalundersökningar. Samfundet utger även större monografier samt konferenshandlingar. Det anordnar utställningar i London av vetenskapliga instrument och apparaturer (1951 för 35:te gången); utställningskatalogerna bruka vara ganska utförliga och ytterst värdefulla som uppslagsböcker samt billiga (omkring 6 s.).

The Physical Society publicerar från 1934 årsboken Reports on Progress in Physics, »a comprehensive annual review by specialist authors» med rapporter från verksamheten i forskningens frontlinjer; den utkom 1942—49 (vol. 9—12) med dubbel årtalsbeteckning. Författarna, som inte väljas enbart bland engelsmän, ha genomgående varit skribenter av hög klass med avseende på såväl språkbehandlingen som förmågan att skriva översiktligt och väsentligt. Då därtill typografien är tilltalande och vilsam för ögat, blir läsningen av en volym av Progress alltid en sann njutning.

Årsboken redigeras inte med titeln fattad allt för snävt, utan i Progress redogöres ganska ofta för rön inom andra områden än fysikens. Härigenom demonstreras de fysikaliska undersökningsmetodernas och forskningsresultatens betydelse för andra vetenskapsgrenar ävensom den inspirerande verkan på fysikalisk forskning av resultat som vunnits inom andra områden. Det är kanske inte den minst viktiga uppgiften för en fysikalisk årsbok i denna tid, då så många fysiker syssla med annat än fysik i skråmässig mening och så många icke-fysiker arbeta med fysikaliska metoder, att göra åskådligt det orimliga i den populära ovanan att försöka dra skarpa gränser mellan vetenskaper; fysiken i varje fall ger och får impulser inom vidsträckta domäner av ren och tillämpad vetenskap. De mångomtalade framgångsrika specialisterna i elfenbenstorn ingå inte i nutida naturforsknings framskjutna förband.

Den trettonde volymen[1] inledes med en uppsats, *The Investigation*

[1] London 1950, Pp. IV+424, 50 s. net.

of Eye Movements (23 sid.), av MARY P. LORD och W. D. WRIGHT, som i anslutning till egna pågående arbeten vid Imperial College of Science and Technology i London redogöra för undersökningar av människans kanske viktigaste navigeringsinstrument. Uppsatsen är av intresse för fysiklärare även så till vida som det kan vara bra att ha reda på hur mycket den vanliga jämförelsen mellan ögat och kameran haltar. — I sammanhanget förtjänar nämnas, att man i teknikens (ofta militärteknikens) intresse under det sistförflutna årtiondet börjat studera ett flertal andra fysiologiska fenomen, såsom t. ex. fåglarnas orienteringsförmåga och fladdermössens akustiska radar.

Ett par astronomiskt betonade artiklar, skrivna av amerikaner, äro *Recent Advances in Infra-Red Solar Spectroscopy* (22 sid.) av L. GOLDBERG och *Planetary and Satellite Atmospheres* (29 sid.) av GERARD P. KUIPER.

Två uppsatser äro av stort intresse rent fysikaliskt sett samtidigt som de äro högaktuella ur teknisk synpunkt, nämligen *Shock Waves and the Propagation of Finite Pulses in Fluids* (37 sid.) av W. G. PENNEY och H. H. M. PIKE vid Armament Research Establishment och *Ferromagnetism: Magnetization Curves* av EDMUND C. STONER, professor i Leeds och en av Englands främsta »magnetiker». Den förra uppsatsen representerar ett i viss utsträckning mörklagt forskningsfält. Den senare utgör del II av ett utomordentligt värdefullt arbete på sammanlagt 171 sid. om de ferromagnetiska materialen ur fysikalisk synpunkt; del I publicerades i vol. 11.

J. H. FREMLIN och J. S. GOODEN, framstående atomartillerikonstruktörer och medarbetare till professor M. L. Oliphant i Birmingham, behandla i uppsatsen *Cyclic Accelerators* (55 sid.) högenergimaskinerna med magnetisk partikelbanestyrning från Lawrencecyklotronen (med tjugo år på nacken) till protonsynkrotronen (även kallad bevatron och kosmotron); maskiner av den senare typen äro planerade för upp till 6000 MeV. Av lätt insedda skäl ägnas ganska stort utrymme åt diskussioner av problemet energiutbyte kontra kapitalinsats. Såsom även författarna påpeka, torde inom en nära framtid byggandet av dylika maskiner komma att undandras fysikerna och bli en ingenjörshantering (vilket det f. ö. delvis redan är), så mycket mer som åtskilliga maskiner måste produceras för framställning av »such consumer goods as radio-isotopes for medical research or hard x-rays for the inspection of heavy metal structures».

Ytterligare ett par uppsatser behandla forskningsfält, till vilka högfrekvenstekniken levererat hjälpmedel.

Under rubriken *Paramagnetic Relaxation Effects* redogör A. H. Cooke vid Clarendon Laboratory, vilken under kriget som så många andra oxfordmän gjorde väsentliga insatser vid utvecklingen av radar, på 19 sid. för relaxationsmätningar på paramagnetiska substanser (de viktigaste av dessa äro de kristalliserade salterna av järngruppens element). — Det första publicerade arbetet beträffande relaxationseffekter i paramagnetiska kristaller var en teoretisk undersökning av professor Ivar Waller (1932).

Den unge radioastrofysikern M. Ryle vid Cavendish Laboratory redogör i *Radio Astronomy* (63 sid.) för metoder, problemställningar och vunna resultat inom ett tämligen nytt men ytterst intressant forskningsområde, tidigare omnämnt i Elementa (*33*, 128, 273, 1950). Uppsatsen är avsedd som komplement till ett par översiktsartiklar med annan inriktning av J. S. Hey (Monthly Notices of the Royal Astronomical Society *109*, 179, 1949) och J. L. Pawsey (The Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, London, *97*, Pt III, 290, 1950); Pawsey är souschef vid det berömda radiofysiska laboratoriet i Sydney). — Till helt nyligen har man vid universums utforskande endast utnyttjat strålning inom det synliga och nära synliga spektralområdet, dvs. endast 4 av de ca 40 oktaver av det elektromagnetiska spektret, för vilka mätteknik är tillgänglig. Radioastronomerna ha tagit i bruk ytterligare 10 oktaver, nämligen våglängdsbandet 1 cm — 20 m, inom vilket område mot jorden infallande strålning inte nämnvärt absorberas i atmosfären och inte heller reflekteras tillbaka av jonosfären. Man har härigenom upptäckt flera »osynliga» strålningskällor och även fått reda på en hel det nytt om de förut kända himlakropparna, bl. a. solen. — Ryle har varit lärjunge och medarbetare till radiofysikern J. A. Ratcliffe (Elementa *31*, 244, 1948); han är en energisk och ytterst samvetsgrann forskare. Hans grupp hade hunnit långt redan 1948, då rec. besökte Cavendish, men fastän radioastronomien är ägnad att intressera lekmannen och även blivit observerad av svensk radio och dagspress (mest i samband med professor Olof Rydbecks aktivitet), har Ryles namn anmärkningsvärt sällan varit synligt i populära sammanhang.

C. F. Powell avslutar volymen med uppsatsen *Mesons* (75 sid.), där han redogör för resultaten av de senaste årens intensiva verksamhet inom sitt forskningsområde, och fortsätter därmed W. Heitlers och R. E. Peierls översikter (vol. 5, 1939 resp. vol. 6, 1940). Ehuru uppsatsens innehåll är i huvudsak känt för svensk publik genom Powells föreläsningar i vårt land, blir man fascinerad av denna eleganta exposé, skriven av en av de främsta målsmännen för ett fundamentalt område av den fysikaliska grundforskningen.

Fysikkens stilling i den högre skole i Norge

Av lektor Thomas Skjulstad, Oslo[1]

Den högre skole i Norge får sine elever i 14 års alderen etter avsluttet 7-årig folkeskole. I folkeskolen kan en regne at guttene etter planen skal ha hatt 3 uketimer fysikk i nestsiste år og 1 uketime i det siste året, pikene henholdsvis 2 og 1 uketime i de samme år. I alminnelighet må en si at elevene möter i den högre skole med höyst varierende forkunnskaper og også meget forskjellige forutsetninger og interesse for fysikk.

De förste to år i den högre skolen er helt ens både for realskole- og gymnaselever. Der er ingen linjedeling. Alle elever får 2 uketimer fysikk i hvert av de to årene. Det kreves gjennomgått et pensum på ca. 150 sider og minst 20 elevövelser fordelt på mekanikk, varme, lys og lyd, magnetisme og elektrisitet. Der er alltid mulighet for offentlig eksamen med fremmed sensor, men de allerfleste elever vil få den standpunktkarakter læreren fastsetter.

For realskoleelevene og for alle gymnaselever utenom reallinjen stopper fysikkundervisningen etter dette kursus på 2+2 uketimer. I alle 3 klasser följer så et kurs på 4 uketimer i kjemi og så får realistene sitt spesialkurs i fysikk på 6+6 uketimer i 4. og 5. (siste) klasse i gymnaset. Pensum er ca. 470 sider (format som Bergholms eller Moll-Rudbergs læreböker) og er detaljert foreskrevet i leseplanen. Det kreves også her minst 20 elevövelser innfört i arbeidsjournal. Det gis karakter både for skriftlig og muntlig fysikk og der er alltid skriftlig eksamen for alle elever med samme oppgaver og ensartet, anonym bedömmelse ved fremmede sensorer. Eksamensoppgavene består av en större eller to mindre teoretiske framstillinger av relativt sentrale emner fra pensum, pluss to (lettere) regneoppgaver som hver krever utregning av flere svar. I det hele kan en si at et vanlig oppgavesett pröver elevene ved omlag 20 enkeltspörsmål i det hele, fordelt pa mange forskjellige områder av pensum.

Elevtallet skal maksimalt være 27 pr. klasse, men som regel vil det være mindre de fleste steder. Læreren plikter å lese 24 timer pr. uke, men for undervisning i hvert naturfag får han regnet $\frac{1}{2}$ time ekstra, f. eks. slik at læreren i fysikk får de 6 uketimer regnet som $6\frac{1}{2}$. Har han også fysikk i en 1. eller 2. klasse får han de 2 timer

[1] Vid den nordiska kongressen i Åbo i aug. 1951 (se Elementas sept.h. 1951) höll förf. ett föredrag över detta ämne. Lektor S. ger här själv en sammanfattning av föredraget. Sitt föredrag om »Linjedeling i det norske gymnas» refererar lektor S. i Tidning f. Sveriges läroverk 1951, nr 19, s. 401. *Red.*

der regnet som $2\frac{1}{2}$, altså for disse to klasser regnet 9 timer ved å undervise i 8.

Kirke- og Undervisningsdepartementet har gitt bestemte forskrifter for hva det skal være av rom for naturfagene. Det kreves minst et auditorium og et laboratorium med fast utstyr og tilhörende samlinger tilstrekkelige til å gjennomföre en god demonstrasjonsundervisning og til å utföre minst det obligatoriske antall elevövelser. Disse er etter leseplanen ment å skulle gå organisk inn i læregangen og må av den grunn være »linjeövelser». Det skal ikke være flere enn to elever om hvert apparatsett, og det blir derfor nödvendig for skolene å holde 14—15 sett av apparaturer til minst 20 forsök. Bortsett fra enkelte ting som finere ampermetere og termometere, er elevapparaturen av norsk produksjon, mens demonstrasjonssamlingen ofte har tyske, svenske og danske apparater, selv om langt de fleste av demonstrasjonsapparatene også er laget i Norge.

Krigen satte mange högre skoler sterkt tilbake og ga landet et gjenreisingsproblem samtidig som skolene stod overfor nye betydelige krav for å tilfredsstille leseplanene for den nye skoleordning som tok til med 1. klasse i 1939. Det har like siden 1945 pågått et energisk arbeid for å bringe rom og utstyr bl. a. til naturfagene på höyde med de krav som planene stiller. Det er en tilfredsstillelse å vite at alle skoler nå kan greie å gjennomföre de obligatoriske övelser og en stort sett tilfredsstillende demonstrasjonsundervisning selv om lærerne mange steder må arbeide under ganske vanskelige forhold for å greie det.

Skolens læreböker må i Norge være godkjent av Undervisningsdepartementet. Det fins 3 godkjente læreverk i fysikk på reallinjen, men bare to av dem er i bruk, og det i omtrent like stor utstrekning. Den eldste, D. Isaachsen ved Holtsmark, (Aschehougs forlag, Oslo) holder en noe klassisk-teoretisk linje i oppbygningen, mens den yngre S. Bruun og O. Devik, (Norlis forlag, Oslo) i sterkere grad bygger på eksperimentet og på nyere synsmåter for læregangen som kom til i mellomkrigstiden. Etter begge læreböker kan det og blir det sikkert i stor utstrekning undervist etter den ledende grunntanke i undervisningsplanen som er uttrykt slik: »Undervisningen i fysikk skal også i realgymnaset være en arbeidsskoleundervisning. Den skal bygge på demonstrasjonsforsök — helst utfört av elevene selv — og övelser i all den utstrekning det er mulig. Elevene må fremdeles venne seg til at det er våre egne sanseerfaringer som må være grunnlaget vi bygger på i fysikken. Og elevene må på dette trinnet ikke bare bruke den induktive arbeidsmåte. De må også for en del bruke den deduktive.»

I det store og hele kan en si fysikken på reallinjen har en sikker posisjon i norsk högre skole. Det er grunn til å tro at lærerne i det store og hele finner timetall, pensum med krav til arbeidsmåten og eksamen noenlunde vel avpasset, selv om de nok må resignere på visse områder. Det er sikkert mindre tilfredshet med fysikkundervisningen i de to förste klasser, der en omlegning til en noe friere stilling overfor det systematiske kurs nok har stor sympati hos mange lærere og antagelig ville være en vinning for flertallet av elevene. De nye undervisningsplaner inviterer til forsök nettopp her.

Kjemiens relativt svake stilling på reallinjen skal her ikke omtales nærmere. Dette fag har bare på *naturfaglinjen,* som nå er under forsöksdrift, fått et rimelig timetall vesentlig på bekostning av matematikken.

Anvendt norsk litteratur for fysikkundervisningen i realgymnaset. (Fortegnelsen gjør ikke krav på å være fullstendig.)

Lærebøker:

Bruun og Devik, Fysikk for realgymnaset (4 bind) Varmelære, Mekanikk, Bølger, lyd og lys, Elektrisitet. O. Norlis forlag, Oslo.

D. Isaachsen (ved G. Holtsmark), Lærebok i fysikk for realgymnaset (2 bind). I. Mekanikk, bølger, akustikk, varmelære, II. Elektrisitet, magnetisme, lyslære. Aschehougs forlag, Oslo.

Hjelpebøker for læreren:

Bruun og Devik, Den eksperimentelle fysikkundervisningen i realgymnaset. O. Norlis forlag, Oslo.

E. Heide Sørensen, Fysikalske målinger. Demonstrasjoner og elevforsök for realgymnaset, lærerskolen og de tekniske skoler. Fabritius & Sönners forlag, Oslo.

O. Lindstad, Fysikk og kjemi. I serien Arbeidsmåten i den högre skolen. Gyldendal norsk forlag, Oslo.

— Veiledning i mekanikk for fysikklærere. (Stensilert). Norsk Lektorlags fagl.ped. skrifter nr. 1. Norsk Lektorlag, Oslo.

— Veiledning i skoleforsök i mekanikk og elektrisitetslære. (Stensilert). Norsk Lektorlags fagl.ped. skrifter nr. 3. Norsk Lektorlag, Oslo.

O. Lindstad, og B. O. Lindstad, ABC i Radio. Aschehougs forlag, Oslo.

Elevøvelser:

Bruun og Devik, Elevøvelser for realgymnaset. O. Norlis forlag, Oslo.

Juel og Vollset, Elevøvelser for realgymnaset. Bruns Bokhandel, Trondheim.

Schøyen og Ryssdahl, Elevøvelser for realgymnaset. Aschehougs forlag, Oslo.

Oppgavesamlinger:

Holt og Schøyen (ved Alfsen og Norseth), Oppgavesamling i fysikk for realgymnaset. Aschehougs forlag, Oslo.

Juel og Vollset, Oppgavesamling i fysikk for realgymnaset. Bruns Bokhandel, Trondheim.

E. B. Tjora, Oppgavesamling i fysikk I og II. O. Norlis forlag, Oslo.

Samhällsräkning

Av läroverksadjunkt Anders Larson, Härnösand

De flesta realskolor i Norge äro treåriga. Efter andra realskoleåret kan man övergå till gymnasiet eller till realskolans tredje klass och avlägga realskoleexamen.

Då denna examen infördes i Norge år 1935, utbyttes ämnet »regning og matematikk» i högsta realskoleklassen mot ett helt nytt ämne »samfunnsregning». Enligt undervisningsplanen skall ämnet »... gjennem oppgaver ... gi elevene konkret orientering i forskjellige økonomiske forhold i det moderne samfunns private og offentlige liv, også i det hele venne dem til å nytte det de lært i regning og matematikk til slig orientering, og på så vis gi dem en fruktbar impuls som kan vare ...».

En god överblick över de speciella momenten i ämnet samhällsräkning får man i Skjulstad og Sollesnes: *Samfunnsregning* (Gyldendal Norsk Forlag, Oslo 1950, 233 sid.). Boken inledes med ett utförligt kapitel om grafisk framställning. Olika diagramformer, såsom stapeldiagram, sektordiagram, rymddiagram och kurvdiagram behandlas. I samband med kurvdiagrammen, vilka svara mot polynomfunktioner av första och andra graden samt enkla brutna funktioner, diskuteras maximi- och minimiproblem samt interpolation. Bland de övriga 22 kapitelrubrikerna kan nämnas affärskalkylering, skadeförsäkring, banker, den offentliga hushållningen, prisindex, pengar och löneförhållanden, socialförsäkring, arv, födoämnens näringsvärde samt energi.

Som synes är det något väsentligt annat, än det man vanligen kallar praktisk räkning, som behandlas i ämnet samhällsräkning. Det rent sakliga momentet framhävs starkt, vilket medför, att en matematiklärare inte utan vidare kan anses skickad att undervisa i samhällsräkning. Han måste veta en hel del om och intressera sig för olika samhällsproblem. Med stöd från organisationer inom näringslivet har i Norge ordnats kurser, vilka blivit mycket populära, för att ge intresserade lärare en orientering i olika ekonomiska förhållanden.

De problem från näringslivet, vilka tidigare förekommit i ämnet räkning och matematik, ha väsentligen hämtat sitt stoff från varuomsättning. Problemen i *Samfunnsregning* syfta i många fall till att visa lönsamheten inom olika produktionsgrenar. Vidare har stor vikt lagts vid att införa eleverna i en »energetisk tankegang». Uppgifterna bygga ofta på den principen, att eleverna själva få

hämta erforderliga data ur tabeller i läroboken. Det visade sig vid undervisningen, att det skulle vara en fördel att ha tillgång till ett särskilt häfte innehållande tabeller och kortfattade sakupplysningar om samhällsförhållanden. Samma författare sammanställde därför *Realopplysninger om samfunnsforhold* (Gyldendal, 96 sid.). Tabeller och andra »realopplysninger» ha där utvidgats betydligt i förhållande till framställningen i läroboken. Man finner exempelvis tabeller över tullavgifter, förmögenhetsskatt, levnadskostnadsindices och försäkringsavgifter. Häftet användes bl. a. vid skriftliga prov, vilket medför att eleverna även vid dylika tillfällen få träning i att hämta erforderliga data ur en tabellsamling, samt vid problemlösning ur *Oppgaver i samfunnsregning*, en problemsamling, som även innehåller examensuppgifter och som är utgiven av samma författare.

Böckerna rekommenderas livligt till studium. I de svenska skolornas referensbibliotek ha de sin givna plats. Läraren kan ur dem få många impulser till uppgifter bl. a. för realskolans avslutningsklass.

Vid den nordiska matematiklärarkongressen i Åbo i aug. 1951 (se Elementas sept.h., s. 174) höll en av böckernas författare, rektor Sollesnes, föredrag över ämnet »Trekk fra utviklingen av matematikkundervisningen i Norge fram mot sammfunnsregning». Föredraget, som bjöd på något verkligt nytt på den pedagogiska fronten, var ett intressant inslag i kongressen. I den redogörelse för läroböckerna i ämnet som ovan givits torde i stort sett återges vad rektor S. yttrade om samhällsräkningen och dess ställning i den norska realskolan.

Rektor Sollesnes kom även in på frågan om samhällsräkning på gymnasiet. Han omnämnde att en undersökning företagits, som visade att 75 % av lärarna i matematik voro missnöjda med matematikkurserna på språklinjerna och att 85 % av de nämnda lärarna önskade få samhällsräkning införd på dessa linjer.[1] Detta gav anledning till att en ny kursplan i matematik utarbetades för språklinjerna. I denna har en del »äldre» stoff fått lämna plats för samhällsräkning. Problem i detta ämne ha tillsammans med sakupplysningar inarbetats i matematikkursen. Samhällsräkning har alltså ej blivit något särskilt ämne på dessa linjer. Försök ha pågått i några år, och en definitiv omläggning skall ske, så snart läroböcker hunnit utarbetas.

Föredragshållaren betonade, att samhällsräkningen fått en mycket säker position i Norge, och han var övertygad om att det

[1] Om linjedelningen på det norska gymnasiet se Tidn. f. Sveriges lärov. 1951, nr 19, s. 401.

var en omläggning av matematikundervisningen i denna riktning som skulle kunna rädda matematiken som »allmänbildande» ämne.

Det synes vara anledning beakta dessa norska erfarenheter vid den förestående omläggningen av det svenska gymnasiet och överväga om inte försöksundervisning i samhällsräkning kunde ordnas på allmänna linjen och realgymnasiets biologiska gren jämte den, som redan på ett par håll bedrives i ring L I^4.

Bokanmälningar

Julian Lowell Coolidge, *The Mathematics of Great Amateurs*, Oxford, at the Clarendon Press, 1949, VIII+211 p., 21 s. net.

I denna högst intressanta och stimulerande bok har professor Coolidge vid Harvarduniversitetet givit ett urval av väsentliga matematiska bidrag av s. k. amatörer. Som förf. betonar i förordet, är redan definitionen av amatör en delikat uppgift, därtill kommer svårigheten att göra ett någorlunda representativt urval. Fermat, av Bell kallad amatörernas konung, diskvalificeras, enär han är så stor som matematiker, att han i grunden måste räknas som professionell(!). I princip kräver förf., att vederbörande väsentligen gjort sig känd inom ett icke-matematiskt verksamhetsområde men dessutom förmått ge matematiskt bidrag av bestående värde.

Boken inledes med Platon såsom enda representant för den grekiska matematiken. Ur dennes dialoger återges en del avsnitt, dels sådana där matematiken figurerar i allmänna filosofiska sammanhang, dels sådana som innehålla strängt matematiska funderingar, såsom om Pythagoras' sats, de regulära polyedrarna samt kommensurabla och inkommensurabla tal.

Nästa namn är persern Omar al-Chaijam (död år 1123), som av sin samtid och långt därefter var mest känd som matematiker och astronom, upphovsmannen till en märklig kalender, som varit i kraft i Persien ända till 1925, men vars berömmelse i modern tid vilar på hans utomordentliga skapelser som poet. Omars största matematiska prestation är hans undersökning av tredjegradsekvationen.

Efter Pietro del Fransheschi (1420—1492) och dennes insatser inom perspektivläran kommer universalgeniet Leonardo da Vinci, vars matematiska aktivitet omfattar bl. a. studier över figurer, begränsade av cirkelbågar (ett led i sökandet efter lösningen av cirkelns kvadratur), sfäriska spegeln och tyngdpunktsbestämningar. Därefter behandlas målaren Albrecht Dürer, den förste uppfinnaren (långt före Monge) av grundprinciperna för den beskrivande geo-

metrien, och John Napier, baron of Merchiston, som genom upptäckten av logaritmerna gjorde en för en amatör sällsynt prestation av överväldigande praktisk betydelse. Napier själv insåg aldrig den verkliga betydelsen av sin upptäckt, för honom var hans undersökning av apokalypsen hans största gåva till mänskligheten (varvid han kan sägas vara i gott sällskap, eftersom t. o. m. Newton tycks ha varit utsatt för en liknande illusion).

Av de övriga amatörerna (inalles behandlas 16) må till slut endast omnämnas den holländske statsmannen Jan de Witt (1625—1672) med geometriska och mycket märkliga sannolikhetsteoretiska spekulationer, vidare de i elementarmatematiken välkända namnen markis de l'Hospital, greven av Buffon och William Horner, slutligen encyklopedisten Diderot och filosofen Bolzano.

Nils Erik Fremberg

H. B. Phillips, *Differential Equations.* Third ed. rev. John Wiley & Sons, Inc., New York 1951, Pp. VIII+149, $ 3.00.

Guido Hoheisel, *Gewöhnliche Differentialgleichungen.* Vierte neubearb. Aufl. Sammlung Göschen Bd 920. Walter de Gruyter & Co., Berlin 1951, 129 S., DM 2.40.

Detta är nya upplagor av två böcker om ordinära differentialekvationer, som ursprungligen publicerats på tjugotalet.

Den amerikanska omfattar, vad man är van att finna i en grundkurs i detta ämne, men innehåller dessutom tillämpningar på många problem ej blott inom mekanik, hydrodynamik och kemi utan även inom biologi och ekonomi. Författaren bemödar sig ej om stränghet i detaljer, men boken är tillräckligt utförligt skriven för att lämpa sig för självstudier. Ett avsnitt om symboliska metoder och många exempel med svar ökar bokens värde.

Den tyska är ju ett välkänt verk i Göschenserien, som innehåller en hel del av intresse, som man ej finner i böcker av ovannämnd typ: existensbevis, studier av singulära lösningar, Greenska funktioner och randvärdesproblem. I förhållande till t. ex. första upplagan är den nya något förkortad (t. ex. har paragrafen om Laplacetransformation strukits), men behandlingen av egenfunktioner och egenvärden och deras asymptotiska uppförande har dock beretts en mer framträdande plats. *Tord Ganelius*

Alvar Lenning, *Problemboken, Teknisk tidskrifts »Problemhörna» 1940—1950.* Teknisk tidskrifts förlag, Stockholm 1951, 144 s., kr. 15: —.

Av tio års problemskörd har problemredaktören samlat 140 problem i en bok, vårdad till innehåll och utstyrsel, och därmed

gjort dem tillgängliga för en större läsekrets. Problemen spänna över ett vidsträckt område såväl ifråga om ämnesval som svårighetsgrad. Alla äro försedda med utförliga lösningar (ev. diskussion av olika alternativ i ett fåtal ej slutgiltigt lösta fall) och upplysande figurer. Många äro klassiska och såsom sådana väl förtjänta av att överantvardas åt en ny generation, oförändrade eller, som emellanåt skett, i fyndig inklädnad av modernt snitt. Andra, särskilt då sådana av teknisk natur, gälla nya, av teknikens och fysikens framsteg betingade frågeställningar.

Ehuru antalet aktiva medverkande i problemhörnan ej är särskilt stort (i jämförelse med de passiva) ha överraskande många lösningsmetoder uttänkts för vissa problem, och redaktören har någon gång ända upp till fem varianter att komma med. Lösningarna bygga i främsta rummet på i läroböcker och kompendier lätt anträffbara förutsättningar, ur vilka de klart och metodiskt utvecklas, men emellanåt har plats beretts för den problemlösningens speciella bouquet som de gamle kallade artificia. Det är glädjande att hederliga geometriska konstruktionsuppgifter ännu finna kunniga lösare. Boken rekommenderas åt alla vänner av den tankeidrott den företräder, och »hörnan» önskas god fortsättning.

Josef Andersson

E. Beutel, *Die Quadratur des Kreises.* Teubner, Leipzig 1951, 63 S.

Häftet ingår som nr 12 i serie I av det av W. Lietzmann utgivna »Mathematische-Physikalische Bibliothek». Den första uppl. utkom för många år sedan; nu föreligger en femte, översedd och kompletterad uppl.

Det urgamla problemet om cirkelns kvadratur löstes ju i princip 1882, men det har ej upphört att fånga inte minst lekmannens intresse. Därom vittna de många bidrag som alltjämt insändas till tidskrifter av skilda slag. Förf. ger en kortfattad översikt av problemet, och häftet kan som en god och trevlig vägledare genom matematikens historia m. a. p. talet π rekommenderas till alla matematikintresserade. — Det kan med behållning läsas även av elever i gymnasiet.

Walter Schock

H. Beghin et G. Julia, *Exercices de mécanique,* Tome I, Gauthier-Villars, Paris. Fasc. I, 1946, 336 p., 800 fr. Fasc. II, 1951, p. 339—581.

Enligt förordet vänder sig föreliggande exempelsamling till alla som studera rationell mekanik. Om man — ur krass examenssynpunkt — skulle försöka att för svenska förhållanden precisera

adressaten något närmare, kunde han kanske vara att finna bland intresserade tvåbetygsstuderande vid universiteten eller på därmed jämförligt stadium. Problemens svårighetsgrad är emellertid varierande och går delvis därutöver; någon exakt kursmotsvarighet kan man inte tala om. Den rena kinematiken (större delen av första häftet) behandlas betydligt mera ingående än vi äro vana vid, och detsamma kan sägas om exempelvis stötproblem (med och utan friktion etc.). Lagranges ekvationer illustreras, även för ickeholonoma system, men inte Hamiltons ekvationer eller variationsprinciper. Men olikheter i kursavvägningen betyda naturligtvis inte att boken skulle sakna intresse ur svensk synpunkt. Den är i själva verket mer än bara en samling av mekanikexempel: varje kapitel (sex i vardera häftet) inledes med en ofta mycket läsvärd teoretisk översikt, där man kan finna många påpekanden av värde för problemlösaren. Vektorbeteckningar komma ganska flitigt till användning, och de exempel som ges äro omsorgsfullt genomdiskuterade, ibland enligt olika metoder. *S. Bertil Nilsson*

William Feller, *An Introduction to Probability Theory and its Applications.* Wiley & Sons, New York 1950, Pp. 419, $ 6.00.

För tjugu år sedan hade sannolikhetskalkylen dåligt rykte bland matematikerna. Kritiken var icke ogrundad. Matematiska och diverse lösa spekulationer voro hopblandade på ett högst förvirrande sätt, och heta debatter fördes mellan de olika teoriernas anhängare.

Läget är numera ett annat. Genom Kolmogoroffs insatser på 30-talet framstår sannolikhetskalkylen i dag som en rent matematisk disciplin lika strängt axiomatiskt uppbyggd som den euklidiska geometrien eller den klassiska mekaniken.

En av de första större läroböcker, där sannolikhetskalkylen behandlas i modern matematisk form, är William Feller's nyutkomna arbete. Denna bok har mottagits med entusiasm av kritikerna. Och det finns verkligen skäl att instämma i lovorden.

Boken är skriven av en matematiker för matematiker. Den är emellertid ingalunda exklusivt matematisk. Dess främsta förtjänst ligger tvärtom däri att den bär den stora vetenskapliga litteraturens kännetecken: djupa resultat nås med enkla metoder. Här förtjänar den eleganta teorien för rekurrenta förlopp särskilt omnämnande. Vid läsningen härav känner man att en matematiker av rang är ens vägvisare.

Boken kan läsas av en person med tvåbetygskunskaper i matematik. Den sannolikhetskalkyl som vanligen ingår i läroböckerna får av Feller ny, verkningsfull belysning, men ingen läsare torde lägga boken ifrån sig utan att taga del av de mer avancerade

kapitlen om t. ex. Markoffska kedjor, random walk och förnyelseteori.

Talrika exempel ha hämtats från många områden med övervikt för ärftlighetsteori, fysik och telefonteknik. De övertyga effektivt den teoretiskt inriktade om sannolikhetskalkylens användningsmöjligheter.

Endast diskontinuerliga slumpförlopp behandlas i detta arbete. I en andra del skall det kontinuerliga fallet studeras. Fortsättningen är välkommen! *Gunnar Blom*

G. Burniston Brown, *Science, its Method and its Philosophy.* George Allen and Unwin, London 1950, Pp. 189, 15 s. net.

William P. D. Wightman, *The Growth of Scientific Ideas.* Oliver and Boyd, Edinburgh och London 1950, Pp. 495, 25 s. net.

Många naturvetare blir med åren allt mer intresserade av vetenskapernas historiska utveckling och filosofiska anknytningar. Endast ett fåtal av oss har detta intresse redan från början, och ungdomen av i dag har sällan tid för dylika studier. Av samma orsak måste vi lärare tyvärr ofta avstå från att ge våra elever en orientering inom denna gren av kulturhistorien, vilken i fråga om mänskliga aspekter och allmänkulturell betydelse icke står någon annan historieskrivning efter.

Burniston Browns avsiktligt begränsade framställning återspeglas i den kortfattade innehållsförteckningen: djur, ord, Aristoteles, Francis Bacon, Newton, modern vetenskap, dialog. Detta urval kan naturligtvis diskuteras. Man kan t. ex. fråga, varför den atomistiska frigörelseprocessen från de ovidkommande mytologiska synpunkter, som i så hög grad påverkade den tidigare grekiska filosofien, endast helt flyktigt omnämnes, eller varför relativitetsteorien, slutstenen i den klassiska mekaniken, icke erhållit någon plats i ett arbete om naturvetenskaplig metod och filosofi. Man måste emellertid medge, att de av författaren utvalda avsnitten äro väl lämpade för att belysa uppkomsten och utvecklingen av vetenskapliga metoder, samtidigt som de ge fritt spelrum åt hans egna, delvis mycket originella synpunkter på denna utveckling. Från en roande skildring av djurens inlärningsprocesser övergår förf. till betydelsen av ord, speciellt sådana som äro av intresse ur kunskapsteoretisk synpunkt: enskild och allmän kunskap, fakta, sanning, hypotes osv. I den avslutande dialogen får tre personer i en tidigare av Galilei skriven dialog återuppstå och fortsätta sitt samtal på Piazza San Marco i Venedig fastän nu med utgångspunkt från modern naturvetenskap.

Wightmans arbete är av typen mindre handbok, och vill ge en

orientering inom utvecklingen av de väsentligaste avsnitten inom all naturvetenskap. I bokens första del, kallad »matter and motion», behandlas de matematisk-naturvetenskapliga disciplinerna, medan den senare delen, »nature and life», ägnas åt biologien. I vetenskapernas historia finner man perioder av relativt lugn utveckling, som vid olika tidpunkter avbrutits av mer eller mindre genomgripande revolutioner, såsom den kopernikanska, den newtonska eller den darwinistiska, vilka alla medfört påtagliga förändringar i det andliga klimatet. Förf. ger en livfull och innehållsrik skildring av förberedelserna, höjdpunkten och efterverkningarna av de olika skedena i naturvetenskaplig forskning fram till omkr. år 1900. Den kvantmekaniska omvälvningen, som slutligen resulterat i vår nuvarande »atomålder», är ännu för ung för en historik av detta slag, men förf. underlåter dock icke att uttrycka en viss otillfredsställelse inför fysikens utveckling mot icke åskådliga, matematiska symboler. Kontrasten mellan våra dagars fysik och Faradays, från alla matematiska hjälpmedel befriade forskning, är enorm.

Det är givetvis svårt att taga ställning till olika forskares insatser, och Wightman och Brown ha därför icke alltid samma uppfattning om händelseförloppet. Detta gäller bl. a. Galilei och hans betydelse för Newton. Wightman lägger stor vikt vid Galileis undersökningar av kroppars rörelse, vilka han anser grundläggande för de metoder, som allt sedan dess dominerat den fysikaliska forskningen, medan Brown icke tillmäter Galilei en sådan betydelse och rent av ifrågasätter om de berömda fallförsöken i Pisa någonsin blivit utförda. *B. Grundström*

W. I. B. Beveridge, *The Art of Scientific Investigation.* Heinemann, London 1950, Pp. 171, 10 s. 6 d.

Forskning är ej en vetenskap utan en konst, lyder ledtanken i denna bok. Det finns därför ingen plats för systematiska handböcker »How to Become a Successful Scientist» eller »Twenty-Five Roads to Discovery». Vad Beveridge vill ge är något helt annat.

Kapitelrubrikerna lyder i tur och ordning: om förberedelser, experiment, slumpen, hypoteser, fantasien, ingivelser, förnuftet, iakttagelser, svårigheter, forskningens krigskonst och typer av forskare. Under varje rubrik ges en rad funderingar — ofta illfundigare än man först tror — om vad det är som är väsentligt för ett framgångsrikt forskningsarbete.

Det finns en utbredd myt om »den vetenskapliga metoden». Man föreställer sig hur forskaren först bygger upp en frågeställning, därpå med förnuftets hjälp räknar ut vilka försök han bör

utföra, och slutligen genom hårt arbete och sträng logik kommer fram till den enda rätta lösningen. Denna myt är farlig menar Beveridge; den har tillkommit genom otillbörlig förenkling av historien om tidigare upptäckter. Nog behövs både förnuft, hårt arbete och logik i forskningsarbetet (Ehrlichs »99 % Transpiration»). Men det räcker inte.

Beveridge dryftar utförligt den stora betydelse som slumpen har haft både för att påskynda och fördröja forskningsarbeten. Det gäller att ta vara på de tillfällen som slumpen ger; många exempel ges på människans blindhet, när det gäller sådant som man inte väntat sig eller sådant som inte passar in i ens invanda tankegångar.

Alltför stor flit är en fara. Forskaren måste ha tid att tänka över saker, tid att ta vara på de budskap som då och då flyter upp ur det omedvetna. Ideliga avbrott i arbetet, jäkt och tävlande intressen är ett fördärv för forskningen.

Det mänskliga förnuftet är högst ofullkomligt. Man har lätt att glömma fakta som inte passar in i ens världsbild. Grumliga tankegångar godtas alltför lätt; ord som »självklart» och »naturligtvis» får alltför ofta dölja att ett antagande helt saknar stöd. Ibland fastnar tankarna i en cirkelgång.

Ett kusligt fall är historien om J. J. Waterson, som redan 1845 lämnade in till Royal Society i London en artikel, som innehöll huvuddragen av den kinetiska gasteorien. Den ledamot som granskade uppsatsen yttrade »The paper is nothing but nonsense», uppsatsen antogs ej, och efter några års tillbakadragenhet försvann Waterson spårlöst.

Självkänslan har verkningar på ont och gott, som inte får glömmas. Mången tröttnar på att arbeta på en annans uppslag efter två eller tre misslyckade försök, medan han kan slita i månader och år, om det gäller ett uppslag som han tror är hans eget (tankeställare för forskningsledare). En ny uppfattning har lättare att tränga igenom, om dess företrädare inte bara kan framställa den klart, utan även undviker att stöta sina medmänniskor; motsatsen kan vålla svåra fördröjningar.

Detta är endast några glimtar ur bokens rika innehåll. Här ges ett otal fall ur forskningens historia, som på olika sätt belyser Beveridges synpunkter. Många fall, men ingalunda alla, har hämtats från Beveridges eget fält, kampen mot de smittosamma sjukdomarna. Framställningen kan även i dessa stycken läsas med behållning av varje allmänintresserad naturvetare.

De historiska utblickarna jämte den livliga, av kärnord kryddade stilen gör boken till en nöjsam läsning, både för den som

överväger att bli forskare och för den som kommit en bit på vägen och vill få synpunkter på hur han förvaltar sina pund. Det sägs att den vise lär sig av andras erfarenheter, men dåren blott av sina egna. *L. G. Sillén*

KURT G. WAGNER, *Autoren-Namen als chemische Begriffe,* Ein alphabetisches Nachschlagebuch. Verlag Chemie 1951, 264 S., DM 14.80.

Boken avser att ge en alfabetisk förteckning över personnamn, som användas såsom namn på kemiska begrepp. Innehållet är fördelat på fyra kapitel: teorier, metodik, substanser och apparatur. Till varje uppslagsord lämnas en kort beskrivning av begreppet, i bland med figur samt litteraturhänvisning.

Av företalet framgår, att författaren huvudsakligen vänder sig till tyska läsare. På grund av att kärnkemi f. n. studeras mycket litet i Tyskland, ha endast få uppslagsord av denna art medtagits. Vidare syfta referenserna i den mån de avse läroböcker eller uppslagsverk nästan enbart på tyska sådana. Frågan om vilket personnamn, som rätteligen bör förknippas med ett visst kemiskt begrepp, kan naturligtvis vara mycket svår att besvara. Författaren har emellertid på förhand garderat sig mot kritik genom att påpeka att upptagandet av en viss kombination personnamn-begrepp inte innebär något ställningstagande i en eventuell prioritetsdiskussion.

I anmälarens tycke är urvalet av uppslagsord i allmänhet bra, men några få punkter, där en annan uppställning kanske skulle varit bättre, kunna påpekas.

Formeln $\log p_s = -A/T + B$ anges som Augusts ångtrycksformel, utan att sambandet med den integrerade formeln av Clausius-Clapeyrons formel anges. Raoults lag är angiven som $M = Kg/L \cdot \Delta t$ (formel för fryspunktsnedsättning) under det att en svensk läsare väl snarare förknippar den med uttrycket $p = N_1 p$ ° (ångtrycksänkning).

I sin helhet tycks boken mycket väl fylla sin uppgift bara man har i minnet, att uppslagsorden enbart avse i litteraturen använda *beteckningar.* *Bengt Aurivillius*

PAUL PASCAL, *Chimie général,* vol. III. L'individu physico-chimique. Masson et Cie, Paris 1951, 472 p., 1850 fr.

I del III fortsätter den utförliga översikten över fysikalisk kemi och strukturkemi. Pascal kommer här mera in på nyare resultat och teorier än i de föregående delarna — anm. i Elementa 32 (1949), 224 resp. 33 (1950), 271. Liksom dessa är denna vederhäftig och värdefull.

Glimtar ur det rika innehållet: Undersökningarna med Svedbergs ultracentrifug refereras noga. De fria radikalerna få en hel liten monografi, likaså komplexkemien och det fasta tillståndet (icke-stökiometriska föreningar, makromolekyler och makrojoner i glas m. m.). Jonisation i vatten och andra lösmedel behandlas ingående, särskilt med hänsyn till solvatation, med slutklämmen, att vätejonen är torr, dvs. H^+ och inte H_3O^+ (Darmois 1941—46, Millon 1950). Av redogörelsen för kryoskopiska mätningar intresserar mest påvisandet av jonen O^{--} hos oxider, lösta i smält kryolit (Rolin 1950).

Ett register kan göras på flera sätt. Till en bok som denna, som till uppläggningen är mera en uppslagsbok än en lärobok, borde nog sakregistret vara utförligare — det upptar bara två sidor. *Bertil Englund*

Pieters-Creyghton, *Safety in the Chemical Laboratory*, Butterworths, London 1951, 258 s., kr. 13:50.

Den vackert illustrerade handboken ger noggranna upplysningar rörande användning av glasvaror, platina, gas och elektricitet, behandlar eldfarligheten hos en rad substanser, eterexplosioner, komprimerade gaser, samband mellan fysiologisk giftverkan och kemisk konstitution samt redogör för speciella symtom och försiktighetsmått ifråga om syror, kvicksilver, organiska substanser, gaser och damm. Vidare behandlas skyddsåtgärder av olika slag samt lämnas utförliga metoder att påvisa och kvantitativt bestämma giftsubstanser. En serie tabeller och litteraturhänvisningar avslutar boken, författad av en holländsk industrikemist i samarbete med en holländsk läkare.

Skolornas kemilärare och institutionsföreståndare lika väl som industriens laboratoriechefer ha all anledning att taga del av detta arbete med hänsyn till det ansvar som åligger dem och de allvarliga risker som åsidosättande av försiktighetsåtgärder eller okunnighet om deras nödvändighet kan medföra. Boken bör placeras i laboratoriet, ej i biblioteket. *E. Nordefeldt*

Joh. A. Joh:son Inghe och Walter Ekman, *Lärobok i kemi för realskolan*, II, Organisk och tillämpad kemi, 48 s., kr. 2:75.
— *Laborationsövningar i kemi för realskolan*, II, Organisk kemi jämte några fristående övningar, 16 s., kr. 1:20. Sv. Bokförlaget, Sthlm 1951.

Läroboken, som omfattar realskolans andra årskurs, ansluter sig till den i Elementa 34 (1951), 63 anmälda första delen. Av tillämpad

kemi har till denna del, förutom de organisk-kemiska industrierna, förts dels järnets metallurgi, dels silikatindustrierna. Boken ger en kortfattad men fullt tillräcklig och väl vald kurs.

För den, som anser sig behöva tryckt handledning vid laborationerna, ge »laborationsövningarna» ett varierat sortiment. Laborationsuppgifterna syssla kanske väl mycket med ämnets mera perifera delar. *Einar Grimsell*

Läroböcker i fysik för realskolan i nya upplagor (Svenska Bokförlaget, Stockholm 1951):

I. Malmborg, Första årskursen (2^4 och 3^5), 12:e uppl., 90 s., kr. 2:10.

Beckman-Wetterblad, Del 1 (2^4 och 3^5), 6:e uppl., 146 s., kr. 3:80.

Del 3 (4^4, 5^5, LII^4), 5:e uppl., 170 s., kr. 3:90.

Enligt de nya kursplanerna för klasserna 2^4 och 3^5 har läran om magnetismen ersatts med meteorologi, vilket föranlett nya upplagor av läroböckerna för dessa klasser. Samtidigt har en överarbetning skett, som förbättrat dem båda.

Malmborg har ersatt spec. vikt med täthet och skiljer mellan tryck och tryckkraft. Hävstångslagen och Arkimedes' princip framställas enklare än förut. M., som är en god tecknare och i regel ritar sina figurer själv, har väsentligt förbättrat dessa.

B. & W.:s del 1 framträder i en ny, modern och synnerligen tilltalande typografisk dräkt med utmärkta illustrationer, många nya. Välmotiverade omflyttningar ha skett mellan läro- och läsebok, text och sakframställning ha fått en omsorgsfull översyn.

Meteorologien omfattar hos M. 11 s., hos B. & W. 9 s. och i läseboken därtill 12 s. Det är en anmärkningsvärt trevlig och fyllig framställning som gjorts på dessa 21 sidor. Meteorologisk sakkunskap, som rådfrågats, borgar för att framställningen i båda läroböckerna håller måttet.

B. & W.:s del 3 är i huvudsak ett omtryck av föreg. uppl. — Dessa välkända läroböcker behöva ingen rekommendation.

C. E. B.

Recensenter i detta häfte: lektor J. Andersson, Vaxholm; fil. dr B. Aurivillius, Stockholm; fil. lic. G. Blom, Stockholm; lektor B. Englund, Uppsala; laborator N. G. Fremberg, Lund; fil. lic. T. Ganelius, Stockholm; läroverksadj. E. Grimsell, Norrköping; lektor B. Grundström, Djursholm; docent S. B. Nilsson, Lund; lektor E. Nordefeldt, Stockholm; lektor W. Schock, Stockholm; prof. L. G. Sillén, Stockholm.

Gradualavhandlingar[1]

Tord Elvius, *A photometric and spectrophotometric investigation in twelve of Kapteyn's Selected Areas,* Stockholms Observatoriums Annaler Band 16 No. 5. Disp. i Stockholm $^{23}/_{5}$ 1951. Opponenter: docent Jöran M. Ramberg och fil. lic. Gunnar Larsson-Leander.

Avhandlingen utgör en bearbetning av en just publicerad stjärnkatalog, där fotometriska och spektrala data givits för 2550 stjärnor i tolv av Kapteyn's Selected Areas. Denna katalog är frukten av ett omfattande observationsarbete, som utförts vid Stockholms Observatorium i Saltsjöbaden under ett tiotal år. De tolv areor för vilka resultaten nu publicerats ligga kring Vintergatan i området Cygnus-Cassiopeia; de gruppera sig härigenom nära den riktning i vilken solen och dess omgivning föres av vårt stjärnsystems allmänna rotation.

Kapteyn's Selected Areas äro provytor jämnt fördelade över himmelssfären enligt ett förslag, som framlades för nära 50 år sedan av den holländske stellarstatistikern J. C. Kapteyn. Genom observationer av olika slag av skenbart ljussvaga stjärnors magnituder, färger, rörelser och spektrala egenskaper företar man i dessa areor »djuplodningar» av vårt stjärnsystem. För att genomföra detta omfattande program samarbeta ett flertal observatorier världen runt, varvid vart och ett deltager med sina speciella arbetsmetoder. Syftet med dessa undersökningar är att bidra till lösandet av ett av astronomiens huvudproblem, nämligen att få en överblick av vårt stjärnsystems natur och struktur.

Avhandlingens två första kapitel ägnas åt bestämningen av skenbara ljusstyrkor i två färgområden för de undersökta stjärnorna. När så varit möjligt ha tidigare uppbyggda magnitudsekvenser i de berörda areorna utnyttjats, men i flera fall visade det sig nödvändigt att upprätta nya magnitudskalor genom anslutning till den s. k. polsekvensen. Även de ur de spektrofotometriska bestämningarna vunna magnituderna ha diskuterats.

Därefter följer ett kapitel, som behandlar de spektrofotometriska bestämningarna. Dessa ha gjorts i enlighet med den metodik som

[1] När ej annorlunda anges, är referatet av vederbörande förfs egen hand.

utvecklats av professor Lindblad och hans medarbetare vid observatorierna i Uppsala och Saltsjöbaden. Härvid bestämmas spektraltyperna för ljussvaga stjärnor från med objektivprisma upptagna korta spektra, vilka registreras i mikrofotometer. Huvudändamålet är att härleda stjärnornas absoluta storlekar, vilket sker genom uppmätning av vissa s. k. spektralekvivalenter. En jämförelse med för samma stjärnor på andra håll bestämda spektraltyper visar den här använda metodens större noggrannhet, särskilt när det gäller att skilja på jätte- och dvärgstjärnor.

Ur de skenbara och absoluta magnituderna kan man beräkna stjärnornas avstånd. Emellertid kompliceras förhållandena genom förekomsten av interstellära stoftmoln, som delvis absorbera stjärnljuset. Denna absorption är dock olika stark för olika våglängder, varigenom den ger sig tillkänna som en rödfärgning av de stjärnor, vars ljus påverkats av dylika moln. För att kunna spåra denna s. k. färgexcess måste man känna den av stjärnornas spektraltyp betingade normalfärgen. Denna härledes i det kapitel som ägnats åt de ur de fotometriska bestämningarna funna färgindices. Normalfärgindices bestämmas här från närbelägna stjärnor, där rödfärgningen måste vara obetydlig. Därefter studeras förekomsten av färgexcesser i de olika areorna. Färgexcessens relation till absorptionen upptages också till diskussion, då avsikten är att korrigera de observerade skenbara ljusstyrkorna för inverkan av absorptionen. Till sist beräknas avståndet till och totalabsorptionen hos de funna stoftmolnen.

Slutkapitlet är ägnat åt beräkning av stjärntätheten i de undersökta areorna, varvid absorptionens inverkan har beaktats. Speciell uppmärksamhet har ägnats stjärntäthetens variation vinkelrätt mot Vintergatans plan, en fråga som är av intresse för bedömandet av stjärnsystemets egenskaper i stort. Stjärntätheten har beräknats för vissa homogena spektralgrupper, varvid inom den s. k. huvudserien de tyngre stjärnornas större koncentration mot planet tydligt framträder; däremot visa de s. k. sena jättestjärnorna samma täthetsgradient vinkelrätt mot Vintergatans plan som huvudseriens dvärgar av samma spektraltyp.

Erik Bodén, *A Research on the Galactic Clusters NGC 436 and NGC 457*, Uppsala 1951, jämte tre tidigare publikationer. Disputation i Uppsala den 26 maj 1951. Opponenter: observator Åke Wallenquist och fil. lic. Olof Eklöf.

Avhandlingen innehåller en bestämning av magnituder, färger och spektraltyper för stjärnor i och omkring de galaktiska stjärnhoparna NGC 436 och NGC 457, som äro belägna i stjärnbilden

Cassiopeja, samt en statistisk bearbetning av det erhållna observationsmaterialet.

För hopen NGC 436 ha fotografiska och fotovisuella magnituder bestämts för ca 1100 stjärnor ner till fotovisuella magnituden 15,5. För NGC 457 har bestämning skett av fotografiska, fotovisuella och röda magnituder för ca 600 stjärnor, gränsmagnituden för denna hop ligger omkring fotovisuella magnituden 14,0. De plåtar, som använts vid magnitudbestämningarna, ha tagits med Uppsala Observatoriums dubbelrefraktor. Skala och nollpunkt ha erhållits genom jämförelse med polsekvensen, utom för de ljusstarkaste stjärnorna, där denna metod icke gått att använda på grund av för litet antal polstjärnor av ifrågavarande magnituder. För dessa stjärnor har skalan erhållits genom att använda objektivgitter. De gitter, som utnyttjats i den föreliggande undersökningen, ha konstruerats i samband med denna, och gitterkonstanterna ha därför måst bestämmas. Detta har skett med hjälp av speciella serier av plåtar, vilka innehålla exponeringar av stjärnhopen Praesepe, vars magnituder äro kända med rätt stor noggrannhet.

Spektraltyper ha bestämts för ca 150 stjärnor i de båda hoparna från plåtar tagna med en spaltlös kvartsspektrograf, monterad på Stockholms Observatoriums 1-meters reflektor. Dessutom har författaren haft tillgång till opublicerade spektraltyper för en del av dessa stjärnor, vilka ställts till förfogande av Dr. R. J. Trumpler vid Lickobservatoriet i Californien.

De erhållna data för stjärnorna ha använts för att skilja sannolika hopstjärnor från fältstjärnor. Inprickas hopstjärnorna i färgmagnituddiagram, erhållas diagram typiska för stjärnhopar av Trumpler's typ 1 b, i vilka alla stjärnor tillhöra huvudserien. Hoparna äro emellertid icke av exakt samma typ. Den vertikala delen av diagrammet är för NGC 457 ca 4 magnituder i utsträckning, de ljusstarkaste stjärnorna äro av tidig B-typ och de svagaste äro A0-stjärnor. NGC 436 däremot uppvisar en endast 2 magnituder lång vertikal gren med några senare B-typer samt A0-stjärnor. Om färgmagnituddiagrammen av de tre hoparna Plejaderna, Praesepe och NGC 436 läggas så, att de delar av diagrammen, som innehålla F-stjärnor, bringas att sammanfalla, kommer den vertikala delen av NGC 436:s diagram att ligga mellan Plejadernas och Praesepes vertikala grenar. NGC 436 synes därför vara av en typ liggande mellan Plejaderna och Praesepe.

Hoparnas avstånd ha bestämts genom att anta, att hopstjärnor av vissa spektral- eller färgklasser ha samma absoluta magnitud som stjärnor i allmänhet av ifrågavarande klass. De därigenom erhållna avstånden korrigeras för inverkan av absorptionen i

världsrymden. Denna brukar sättas proportionell mot färgexcessen, dvs. skillnaden mellan observerat färgindex för en spektraltyp och normalt färgindex för samma typ. Vissa antaganden ha gjorts beträffande normalfärgindex för stjärnorna, och värden på proportionalitetsfaktorerna ha beräknats under antagande att en interstellär absorptionskurva, given av Whitford, gäller.

GÖSTA LINDSTEDT, *Constituents of Pine Heartwood IX—XXVI.* 18 uppsatser i Acta Chemica Scandinavica 1949—1951. Disputation vid Stockholms Högskola den 26 maj 1951. Opponenter: Tekn. dr JARL GRIPENBERG, Helsingfors, och docent BENGT LINDBERG, Stockholm.

Släktet *Pinus* (tall) omfattar 80—90 arter, som äro utbredda över både Gamla och Nya Världen, dock nästan enbart på norra halvklotet. Släktet är mycket skarpt avgränsat gentemot övriga barrträd. Botanisterna indela det i två undersläkten, *Haploxylon* (*Strobus*) och *Diploxylon* (*Eupitys*). Föreliggande undersökning utgör ett försök att med kemiska metoder bekräfta och komplettera den av botanisterna utförda uppdelningen av tallsläktet.

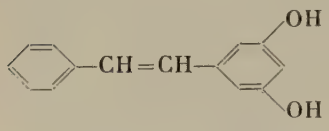
Sedan länge har man vetat, att tallvedens innersta del, kärnveden, är motståndskraftig mot röta och vidare att den ej kan uppslutas enligt den vanliga sulfitmetoden. För ett tiotal år sedan lyckades prof. Erdtman ur kärnvedsextrakt isolera två fenoler, som visade sig vara orsaken till dessa båda egenskaper hos kärnveden. Den ena substansen, benämnd pinosylvin, är 3,5-dihydroxistilben och den andra är dess monometyleter. Dessa arbeten utfördes med kärnved från vår vanliga tall (*Pinus sylvestris*). Då undersökningen utsträcktes till några andra *Pinus*-arter, påträffades pinosylvinfenolerna även i dessa, men dessutom isolerades några fenoler tillhörande flavon- och flavanongrupperna.

Vid en fortsatt undersökning av kärnved från ytterligare ett antal tallarter med preparativa metoder isolerades från varje art några av de av Erdtman påträffade substanserna. En undersökning av denna typ kräver flera kg ved och är rätt tidsödande. En betydande förenkling av arbetet möjliggjordes genom att kärnvedsfenolerna visade sig utmärkt lämpade för separation på papperskromatogram. Med denna teknik kan ca 0,001 mg av varje substans påvisas, och en fullständig analys kan utföras på 0,5 g kärnved. Förutom de förut kända substanserna påvisades en del hittills okända med hjälp av papperskromatogram. I några fall kunde dessa substanser senare isoleras och strukturbestämmas. Sammanlagt äro nu 15 fenoliska kärnvedsubstanser kända.

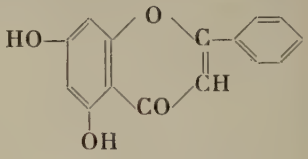
Resultatet av undersökningen visar, att fenoler av stilben- och

flavanongrupperna förekomma i hela släktet *Pinus*. I undersläktet *Haploxylon* finnas dessutom fenoler tillhörande dibenzyl- och flavongrupperna, vilka kunna bildas genom hydrering av stilbener resp. dehydrering av flavanoner. I en liten grupp *Haploxylon*-tallar, som äro sinsemellan mycket nära besläktade, förekomma några flavanoner och en flavon med ett kolskelett på 16 C-atomer. Övriga flavoner och flavanoner ha ett skelett på 15 C-atomer och stilben- och dibenzylderivaten 14 C-atomer. Gemensamt för alla hittills påträffade fenoler i tallkärnved är, att de innehålla en osubstituerad fenylgrupp. Möjligen kan detta tyda på att C_{14}- och C_{15}-substanserna ha gemensamt ursprung.

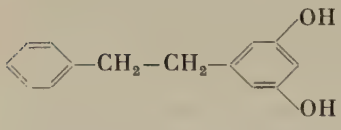
Slutligen återges här strukturformlerna för några kärnvedsfenoler av olika typer (substanstypen angiven inom parentes):



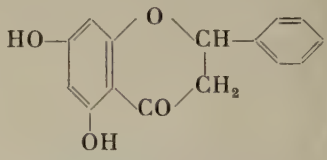
Pinosylvin (stilben)



Chrysin (flavon)



Dihydropinosylvin (dibenzyl)



Pinocembrin (flavanon)

Pristävlan 1951

Elever vid allmänna läroverk, tekniska läroverk och gymnasier och med dessa jämnställda läroanstalter inbjudas till en pristävlan. Det gäller att så fullständigt och vackert som möjligt lösa minst tre av nedanstående matematiska uppgifter.

Tävlingsskrift — avfattad på papper i A 4-format med skrift endast på ena sidan — skall insändas till Elementas red., Karlbergsv. 16, Stockholm före den 1 juli 1952 och åtföljas av uppgift om namn, ålder, bostadsadress och det läroverk (ring eller avd.) författaren tillhör eller där avgångsexamen avlagts våren 1952.

Matematiklärarna ombedjas rikta elevernas uppmärksamhet på denna tävlan. Tidskriften finns ju i referensbiblioteken och ofta även i lärjungebiblioteken liksom i många stadsbibliotek. Uppgifterna äro dessutom avtryckta i tidskriftens »Problemhäfte 1951».

Samtliga läsare av tidskriften inbjudas att utom tävlan insända lösningar.

Tävlingens resultat meddelas i Elementas septemberhäfte 1952, där även de bästa lösningarna komma att införas.

Första pris är skänkt av bokförlaget Natur & Kultur och utgöres av »Matematisk analys» av professor J. Malmquist, tre delar med ett bokhandelsvärde av sammanlagt ca 150 kr. Den första delen utkom i nov. 1951, de övriga utges under år 1952. *Andra pris*, ett presentkort å 100 kr., är skänkt av AB Henrik Lindståhls bokhandel, Stockholm. *Tredje priset* utgöres av Elementa, årg. 29—34 (1946—51), bundna i tre klotband. (Dessutom utdelas event. några extrapris bestående av några av Elementas senaste årgångar.)

1. Parablerna I och II ha samma diameterriktning. Diametern d skär I i D_1 och II i D_2; diametern e skär I i E_1 och II i E_2. Tangenterna i D_1 och D_2 råkas i F och tangenterna i E_1 och E_2 i G. Formulera villkoret för att FG är en diameter.
2. ABC är en triangel med ytan T. En punkt P, som ej ligger på någon av triangelsidorna eller deras förlängningar, förenas med hörnen. A_1, B_1, C_1 äro höjdernas skärningspunkter i trianglarna PBC, PCA, PAB. Beräkna ytan av triangeln $A_1B_1C_1$.
3. En cirkel (K) och två icke diametralt motsatta punkter A och B på denna äro givna. Man betraktar de liksidiga hyperbler, som gå genom A och B samt tangera K i en variabel punkt C. Sök orten för centrum i en sådan hyperbel. Vilken är hyperblernas fullständiga envelopp?
4. x och y äro två olika stora positiva rationella tal, som satisfiera $x^y = y^x$. Angiv den allmänna formeln för dessa tal och undersök när de äro hela tal.
5. I en i allmänhet snett avskuren toppkon av en rotationskon är mantelytan M, basytan E; ytan av det snitt, som delar konen i två symmetriska hälfter, är T. Visa att det finnes ett av konens form och storlek oberoende samband mellan M, E och T.

Tidskrifter

Tellus, Svenska Geofysiska Föreningen, Stockholm 1951: 2.

Ur innehållet: Two-Dimensional Flow around a Circular Barrier in a Rotating Shell; Aeromagnetic Survey of Vertical Intensity; Le mouvement des tourbillons atmosphériques; The Boundary Conditions at the Tropopause; The Meridional Flux of Sensible Heat over the Northern Hemisphere; Eddy Flux of Heat and Momentum; The Effect of Atlantic Blocking Action upon European Climate.

IVA, 1951: 1—4.

Ur innehållet: Conditions for Precision Measurements of the Speed

of Detonation; Ytaktiva ämnen; Framsteg inom forskning och teknik, rapport vid IVA:s sammankomst 24.10.1950; Propagation of Sound Waves in Heterogenous Material; Organisation och finansiering av forskning i USA; Olika typer av korrosionsangrepp; Korrosionsangrepp vid aluminium och dess legeringar; Spanska statens vetenskapliga forskningsråd.

Ljuskultur, 1951: 2—3.

Ur innehållet: Internationella Belysningskommissionen (CIE) höll plenarsammanträde i Stockholm 26.6—5.7 1951. I nr 2, som utdelades till deltagarna, ges i en rad korta artiklar (på svenska och engelska) en bild av Sveriges elljusförsörjning: Sveriges elkraft, Sveriges ellampsindustri, Svensk lamparmatur, Svenska bestämmelser för belysningsinstallationer och armatur, Nordiska belysningsorganisationer i samarbete, Elbelysning i Sverige, Belysningsforskning i Sverige. Ur nr 3: Referat från kongressen, Fluorescens som blekmedel, Om tändningarnas inverkan på lysrörens livslängd.

Populär radio, 1951: 1—11.

Ur innehållet: Nybörjarens antenn; Vilken blandarkoppling är bäst?; Direktkopplad förstärkare; TV-mottagare; 4-rörs super med subminiatyrrör; Impulsräknare med glimlampor och dioder; Rörvoltmeter med anodjordat förstärkarsteg; Amatörbyggt oscilloskop; Televisionsmottagare för allström; Kraftledningsradio; Mätningar med katodstråleoscilloskop; Nya fotoelektriska rör; Fourieranalys och -syntes med hjälp av matematikmaskiner; Anslut resemottagaren till nätet; Bygg själv en trådspelare; Bilradions störningsproblem; Om lödning.

Fra Fysikkens Verden, Oslo 1951: oktober.

Ur innehållet: O. W. Richardson; Joseph von Fraunhofer; Om det nødvendige og tilstrekkelige antall grunndimensjoner i målsystemer for elektrisitet og magnetisme; Foredrag ved fysikermøtet på Blindern; »Fra Fysikkens Verden» og skolen; Kort nytt fra forskningsfronten.

Naturen, Bergen 1951: 1—12.

Ur innehållet: »Naturen» 75 år; UNESCO og raseproblemene; Aldersbestemmelse av arkeologisk materiale ved hjelp av radioaktivt kulstoff; Universitet, høyskole og bibliotek; Jordskjelvbølgen på Hawaii 1.4.1946; Solsystemets opprinnelse; De store vekslinger i fortidens klima; Lavearter som glaciologiske måleinstrumenter; Surstoffmangel i Oslofjorden; Fra norsk folkemedisin; Hvor farlige er giftplantene våre?; Kromatografi.

Science Progress, London 1951: October.

Ur innehållet: The Modern Theory of Solutions; The Trend of Research on the Rheotropy of Geological Materials; The Airglow; Ion-Exchange Resins. Recent Advances in Science: Astronomy, Physics, General and Physical Chemistry, Biochemistry, Geology, Pedology, Plant Physiology, Entomology. Notiser och ett stort antal bokanmälningar.

Discovery, London 1951: October, November.

Ur innehållet: Genetics and the World's Food; La Caille: 10 000 Stars in Two Years; Ethics and the Technical Revolution; The Cloud Chamber; British Association at Edinburgh; Radioactive Dust as a Weapon; Man's African Relatives; Science Education in Russia; Sodium Chloride: The Salt of Life; Berzelius, Inventor of »Protein»; Norway's Atomic Pile. Ett stort antal notiser under rubriken »The Progress of Science.»

Problemavdelning[1]

Matematiska uppgifter

1780) *Sök enveloppen för styrlinjen till en parabel, som går genom en given punkt och tangerar en given linje i en given punkt.* *X.*

1781) *En regelbunden dodekaeder och en regelbunden ikosaeder ha lika stora totala ytor. Beräkna förhållandet mellan ytorna av deras rätvinkliga projektioner, då strålarna i bägge fallen äro parallella med en huvuddiagonal.* *X.*

1782) *Beräkna exakta värdet av ytan till en triangel, vars hörn dela enhetscirkelns omkrets i förhållandet 1 : 3 : 9.* *N. J.*

Enklare matematiska uppgifter[2]

1783) I en oändlig konvergent geometrisk serie är produkten av de tre första termerna 1. Vilket är det minsta värde seriens summa kan antaga?

Svar: 4.

1784) I triangeln ABC är vinkeln A dubbelt så stor som vinkeln B. På AB tages punkten D så, att $AD : DB = 1 : 3$. Bestäm vinklarna i triangeln ABC, om triangeln BDC är likformig med denna.

Svar: 30°, 60° och 90°.

1785) I triangeln ABC drages medianen BM. Beräkna triangelns vinklar, om vinkeln C är dubbelt så stor som vinkeln A och vinkeln BMA är tre gånger så stor som vinkeln A.

Svar: $39{,}09°$, $62{,}91°$, $78{,}06°$.

1786) Visa, att $(1+\sin^4 x+\cos^4 x)^2 : (1+\sin^8 x+\cos^8 x)$ har samma värde för alla x.

[1] Denna avdelning redigeras av adjunkt S. Bågman, till vilken uppgifter och lösningar kunna insändas under adress: Banérg. 33, Stockholm Ö.

[2] Uppg. 1783—1785, 1790—1792 äro insända av *P.-G. Ljungfors*, 1786—1787 av *X*, 1788—1789 av *A.-S. Löfquist*.

1787) En triangel ABC har ytan T och omkretsen $2p$. Genom punkterna $(a; 0)$, $(b; 0)$ och $(c; 0)$ i ett rätvinkligt koordinatsystem dragas linjer med vinkelkoefficienterna $\operatorname{tg} \frac{1}{2}A$, $\operatorname{tg} \frac{1}{2}B$ och $\operatorname{tg} \frac{1}{2}C$. Visa, att dessa linjer råkas i samma punkt. Bestäm dennas koordinater.

Svar: $(p; r)$.

1788) Ett regelbundet tresidigt prisma har sina basytor i en klotskivas plana ytor, som befinna sig på var sin sida om klotets medelpunkt, den ena dubbelt så långt från medelpunkten som den andra. Prismats ena basyta är inskriven i den mindre av klotskivans plana ytor. Sök förhållandet mellan prismats höjd och baskant, då prismats volym är så stor som möjligt.

Svar: $\sqrt{6} : 4$.

1789) I en rak cirkulär kon inskrives ett klot. Ett andra klot placeras ovanpå det första, så att det tangerar konens mantel och det första klotet. Ett tredje klot placeras på samma sätt ovanpå det andra osv. i oändlighet. Bestäm exakta värdet av sinus för konens halva toppvinkel, om summan av alla klotens volymer är 8 gånger så stor som det första klotets volym.

Svar: $(2-\sqrt[3]{7}) : (2+\sqrt[3]{7})$.

1790) I triangeln ABC äro vinklarna A och B resp. 60° och 90° samt sidan $BC=a$. På sidorna AB, BC och CA tagas punkterna P, Q och R resp., så att triangeln PQR blir liksidig. Sök förhållandet mellan ytorna av trianglarna PQR och ABC som en funktion av $BQ(=x)$. Undersök funktionen med angivande av eventuella maxima och minima. Ange även de gränser, mellan vilka PQ kan variera.

Svar: $y=(7x^2-4ax+a^2) : 2a^2$. Minimum är $\frac{3}{14}$ för $x=\frac{2}{7}a$; $a : 2 \leqq PQ \leqq a : \sqrt{3}$.

1791) Genom origo O drages en variabel korda OA i kurvan $y=x^2$. Tangenten i P är parallell med OA och skär koordinataxlarna i B och C. Visa, att förhållandet mellan ytorna av trianglarna OAP och OBC är oberoende av punkten A:s läge.

1792) I punkten A (1; 1) på kurvan $y=x^2$ dragas tangenten och normalen. Den senare linjen skär kurvan i P. Tangenten och normalen i P skära den förstnämnda tangenten i B och C. Visa, att $AB=AC$.

Lösn. till uppg. 1752—1754

1752) *Två klot med radierna a och b ligga utanför varandra. För att en linje skall kunna tangera klotytorna i A och B måste dessa punkter tillhöra vissa områden på respektive klot. Vilka äro dessa, och hur förhålla sig deras ytor?* *X.*

Ett plan lagt genom klotens medelpunkter utskär två cirklar. Till dessa dragas de gemensamma yttre tangenterna AB och A_1B_1 samt de inre CD och C_1D_1. Punkterna A, A_1, C, C_1 tänkas vara belägna på samma klot. De i tesen efterfrågade områdena utgöras av zoner, som begränsas av parallellcirklarna AA_1 och CC_1 på det ena klotet och av BB_1 och DD_1 på det andra. Om AB och CD råkas i P, A_1B_1 och CD i Q, så är $AP=PC=DQ=QB_1$. Härav följer, att projektionerna av de brutna linjerna APC och DQB_1 på centrallinjen ha samma längd, dvs. att zonerna ha samma höjd. Svaret blir alltså $a:b$. *S. B.*

1753) *Om axeln i en homogen sfärisk sektor, upphängd i en punkt av »kantcirkeln», ställer sig vågrät, vilken är sektorns medelpunktsvinkel?* *N. J.*

Om sfärens radie är r, konens höjd h och medelpunktsvinkeln $2v$, så är enl. en känd sats tyngdpunktens avstånd från spetsen $3(r+h):8$. Härav fås $3(r+h):8=h$, varav $h:r=3:5=\cos v$ och $v=53{,}13°$ samt svaret $106{,}26°$.

Löst av *Y. Metsänkylä*

1754) *Sök orten för punkter så belägna, att av de normaler, som från dem kunna dragas till parabeln $y^2=4ax$, en är bissektris till vinkeln mellan de båda andra.* *I. Gunsjö*

Vinkelkoefficienterna k_1, k_2 och k_3 för de tre normaler till parabeln, som råkas i $(x_0; y_0)$ äro rötterna till ekv. $k^3-(x_0:a-2)k+y_0:a=0$, (1), som fås t. ex. genom elimination av y mellan $k=-y:2a=(y-y_0):(y^2:4a-x_0)$. I vårt fall är dessutom t. ex. $2k_1:(1-k_1^2)=(k_2+k_3):(1-k_2k_3)$, (2). Då enl. (1) $\Sigma k_i=0$, följer: I. $k_1=0$, $y_0=0$. II. $3-k_1^2=2k_2k_3$. Av $k_1(k_2+k_3)+k_2k_3=2-x_0:a$ fås $k_2k_3=k_1^2-x_0:a+2$. Alltså är i II: $k_1^2=(2x_0-a):3a$, (3). Då enl. (1) $k_1^2(k_1^2-x_0:a+2)^2=y_0^2:a^2$, fås vid insättning av (3) och slopande av index $27ay^2=(2x-a)(x-5a)^2$, som är ortkurvans ekvation. Toppen ligger i $(\frac{1}{2}a; 0)$, x-axeln är symmetriaxel, $(5a; 0)$ är dubbelpunkt med tangenter, som bilda 30° med axeln.

Löst av *X.*, som även givit en elegant geometrisk lösning. Utrymmesskäl medge ej införandet.

Även löst av *G. Wahde*, *V. Gamst*

W. Schock hade insänt lösning till 1725.

Studentexamen och fyllnadsprövning efter studentexamen

November 1951

Matematiska uppgifter för latinlinjen [1]

1. Lös ekvationen

$$\frac{a^2-3ax-10x^2}{a^2+2ax+x^2}=6-\frac{18a}{a+x},$$

där a är en konstant.

2. I en triangel ABC är sidan AB 5 dm, sidan BC 7 dm och vinkeln A 60°. Bestäm längden av medianen från hörnet B.

3. I triangeln ABC är sidan AB 16 cm. Bissektrisen till den spetsiga vinkeln A råkar sidan BC i punkten F, och höjden från hörnet B råkar sidan AC i punkten G. Sträckan BF är 8 cm och sträckan AG 9 cm. Beräkna den minsta vinkeln i de båda trianglar, som äro möjliga.

4. De tre första termerna i en konvergent oändlig geometrisk serie äro 1, $1-x$ och $2-x$. Beräkna seriens kvot och fjärde term.

5. Diametern AB i en cirkel med radien 8 cm är sida i en kvadrat $ABCD$. Från hörnen C och D dragas tangenterna till cirkeln. Dessa skära varandra i punkten E. Beräkna ytan av triangeln CDE.

6. I en cirkel inskrives en triangel ABC, i vilken var och en av sidorna AB och AC är 2,22 dm och sidan BC 3,33 dm. Kordan AQ skär sidan BC i punkten P, så att $BP=PQ$. Beräkna längden av sträckan AP.

7. I en triangel är basen 10 cm och motsvarande höjd 5 cm. I triangeln inskrives en rektangel med en sida utefter basen. Uttryck ytan Y av kvadraten på rektangelns diagonal som funktion av rektangelns höjd, och åskådliggör grafiskt, hur denna yta varierar. Bestäm också det minsta värde, som den kan anta.

8. I triangeln ABC är sidan BC 21 cm. Sidan AC är 1 cm längre än höjden mot sidan BC och sidan AB 8 cm längre än samma höjd. Beräkna triangelns sidor och största vinkel.

Resultat: 1. $x_1=a$; $x_2=-\frac{13}{16}a$. 2. $\sqrt{21}=4{,}583$ dm. 3. 41,41° (trianglarna äro likformiga). 4. Kvoten$=\frac{1}{2}(1-\sqrt{5})$; fjärde termen$=2-\sqrt{5}$. 5. 48 cm². — Triangeln med hörnen i C, E och CD:s mittp. är

[1] Uppg. i matematik för nyspråkligt lyceum utgjordes av latinlinjens nr 2—8 och reallinjens (allm. kurs) nr 1.

kongruent med den, vars hörn äro E, cirkelns medelp. och CE:s tang.pkt. **6.** 1,48 dm. — Triangeln med hörnen i A, P och AC:s mittp. är likformig med den, vars hörn äro A, C och BC:s mittp. **7.** Om höjden är x cm, är $Y=[5(x-4)^2+20]$ cm^2, vars minsta värde är 20 cm^2. **8.** 21 cm, 20 cm, 13 cm, 75,75° eller 68 cm, 61 cm, 21 cm, 100,39°.

Matematiska uppgifter för reallinjen

Allmän kurs

1. Parallellt med hypotenusan $AB\,(=2a)$ i en likbent rätvinklig triangel drages en transversal CD, som av triangeln avskär ett parallelltrapets $ABCD$. Hur stor är trapetsets yta, om dess baser, AB och CD, och dess höjd i nämnd ordning bilda en aritmetisk serie?
2. Lös ekvationen $\operatorname{tg} x \operatorname{tg} 2x+3\sin^2 x=0$.
3. I triangeln ABC, vars yta är 5,85 cm^2, är AB 5 cm, AC 3,9 cm. Beräkna triangelns största vinkel.
4. Ett lån togs vid början av ett år. Räntefoten var då 3 %. Lånet beräknades bli betalt genom 20 lika stora annuiteter, vardera på 1500 kr., vid slutet av varje år fr. o. m. det år, då lånet erhölls. Räntefoten höjdes emellertid till $3\frac{1}{2}$ % fr. o. m. det elfte året. Med vilket belopp måste annuiteten höjas de sista tio åren, för att lånet skulle bli betalt i rätt tid?
5. Konstruera kurvan $3y=9x-x^3$ i stora drag. Från en punkt P på den del av kurvan, som är belägen ovanför positiva x-axeln, fälles normalen PN mot x-axeln. Ena diagonalen i en romb sammanfaller med sträckan PN. Den andra diagonalens ena ändpunkt ligger på y-axeln. Ange rombens yta som funktion av abskissan för punkten P, undersök, hur denna yta varierar med läget för P, och konstruera den motsvarande kurvan.
6. Tre liksidiga koner (sidan=basdiametern), vardera med basradien a, äro placerade på ett horisontellt underlag, så att basytornas periferier tangera varandra. Två cirklar, C_1 och C_2, tangera alla bottencirklarna, C_1 innantill och C_2 utantill. En tredje cirkel C_3 går genom konernas toppar. Två stympade koner tangera var och en de tre konernas mantelytor. Den ena har basytorna C_2 och C_3, den andra C_1 och C_3. Hur stor är skillnaden mellan dessa stympade koners volymer?
7. En rektangel $OABC$ är placerad så, att sidorna OA och OC falla utefter de positiva axlarna i ett koordinatsystem. Från hörnet B fälles normalen BN mot diagonalen AC. Rektangelns sidor äro

variabla, men dess omkrets är konstant ($=2p$). Visa, att linjen BN alltid går genom en fix punkt.

8. Funktionen $y=f(x)$ är bestämd på följande sätt. För $x>0$ gäller $\frac{d^2y}{dx^2}=1+x$, och för $x<0$ gäller $\frac{d^2y}{dx^2}=1-3x^2$. När x närmar sig 0 genom positiva eller negativa värden, närmar sig y värdet 1 och $\frac{dy}{dx}$ värdet 0. Härled uttryck för $f(x)$ i de båda fallen, sök funktionens maximi- och minimivärden samt upprita ett diagram över funktionen $y=f(x)$. (Med $\frac{d^2y}{dx^2}$ menas derivatan av $\frac{dy}{dx}$ med avseende på x.)

Resultat: **1.** $0{,}64a^2$. **2.** $n\cdot 180°$; $\pm 65{,}91° + n\cdot 180°$. **3.** $91{,}90°$ eller $143{,}13°$. **4.** 39 kr. **5.** Ytan $=3x^2-\frac{1}{3}x^4$, som växer från 0 till max. $6\frac{3}{4}$ för $x=\frac{1}{2}3\sqrt{2}$, för att sedan avta till 0 för $x=3$. **6.** $4\pi a^3$ (Guldins regel). **7.** $(p;\ p)$. **8.** $f(x)=-\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}x^2+1$ för $x<0$ och $f(x)=\frac{1}{6}x^3+\frac{1}{2}x^2+1$ för $x>0$; max. $1\frac{1}{4}$ för $x=-1$, min. 1, för $x=0$.

Matematiska uppgifter för reallinjen

Specialkurs

1. Tangenten i en punkt på en liksidig hyperbel bildar 60° vinkel med transversalaxeln. Bevisa, att brännpunktsradierna till denna punkt äro vinkelräta mot varandra.
2. I punkten $(-3;\ -1)$ på kurvan $y=\frac{ax+b}{x^2-1}$ har derivatan av y med avseende på x ett nollställe. Beräkna konstanterna a och b. Visa, att det finns ännu en punkt på kurvan, där nämnda derivata har ett nollställe. Ange också de ifrågavarande punkternas karaktär.
3. Sök ekvationerna för de båda cirklar, vilka tangera såväl x-axeln som parabeln $y^2=3x$, den senare i punkten $(\frac{4}{3};\ 2)$.
4. Genom sambanden $x=\cos\frac{v}{a}$, $y=\cos v$, där v är en variabel och a en konstant, bestämmes y som funktion av x. Bevisa giltigheten av sambandet $(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2}=x\frac{dy}{dx}-a^2y$.
5. Kring ett halvklot med radien r omskrives en parallellt stympad rät cirkulär kon, så att dennas ena basyta och halvklotets plana yta ligga i samma plan. Bestäm det minsta värde, som den stympade konens totala yta kan anta.

6. Ändpunkterna av storaxeln och lillaxeln i en ellips äro A och B respektive C och D; P är en godtycklig punkt på ellipsen; vinkeln $APB=v$ och vinkeln $CPD=u$. Bevisa, att $\cot^2 v+\cot^2 u$ är konstant. Beräkna därefter förhållandet mellan ellipsens axlar, om denna konstant är 1.

7. Diskutera utseendet av kurvan $y=\dfrac{x+2a}{x^2-a^2}$ för olika värden på konstanten a. Upprita i stora drag ett exempel på var och en av kurvans huvudtyper. Sök och konstruera därefter orten för kurvans maximi- och minimipunkter, när a varierar. Det erfordras icke men betraktas som en förtjänst, om utredning lämnas för hur ortkurvans olika delar svara mot de särskilda kurvornas maximi- och minimipunkter.

Resultat: **1.** Om $(x;\ y)$ är kontaktpunkten, så är $x:y=\sqrt{3}$ eller $-x^2+3y^2=0$. Hyperbelns ekv. är $2x^2-2y^2=c^2$, varav genom addition $x^2+y^2=c^2$. **2.** $a=6$, $b=10$; min. i $(-3;\ -1)$, max. i $(-\frac{1}{3};-9)$. **3.** $9x^2+9y^2-36x-20y+36=0$ och $9x^2+9y^2+84x-180y+196=0$. **4.** Av $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{dy}{dv}:\dfrac{dx}{dv}$ fås $\dfrac{dy}{dx}=a\cdot\dfrac{\sin v}{\sin v/a}=\pm a\cdot\dfrac{\sqrt{1-y^2}}{\sqrt{1-x^2}}$ eller $(1-x^2)\cdot\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2=a^2(1-y^2)$, som vid implicit derivering ger relationen. **5.** $3.5\,\pi r^2$. — Om ytan $=Y$, den mindre basradien $=x$ och den större basradien och sidan $=y$, så fås $y^2-(y-x)^2\equiv 2xy-x^2=r^2$ och $Y=\pi(x^2+2y^2+xy)$. Efter division fås $Y=\pi r^2(x^2+2y^2+xy):(2xy-x^2)=\pi r^2(2t^2+t+1):(2t-1)$, där $y=tx$; $Y_{\min}=3{,}5\pi r^2$ för $t=1{,}5$. **6.** $\sqrt{2}+1$; konstanten $=c^4:4a^2b^2$. **7.** För $a=0$ är kurvan hyperbeln $xy=1$ (och y-axeln), för $a\neq 0$ äro asymptoterna $x=\pm a$, $y=0$. Derivatans nollvärden fås ur $x^2+4ax+a^2=0$, som kan skrivas $x^2-a^2=2x^2+4ax$. Elimineras a ur denna och kurvans ekv. fås $y=(x+2a):(2x^2+4ax)\equiv 1:2x$. Orten är alltså hyperbeln $2xy=1$. Grenen i 3:e kvadranten svarar mot positiva, grenen i 1:a kvadr. mot neg. a-värden.

Uppgifter i fysik

1. En plan platta med vikten 600 g ligger på ett plant, horisontellt bord. Ett horisontellt snöre fästes vid plattan och lägges över en trissa vid bordskanten. Vid snörets nedhängande ända fästes en 200-gramsvikt. Med denna anordning vill man erhålla ett värde på friktionskoefficienten mellan plattan och bordet. Plattan hålles från början i viloläge, släppes därefter och får glida 1 m utmed bordet. Snöret är under rörelsen sträckt. Flera försök göras. Medelvärdet av de uppmätta tiderna för plattans

glidning nämnda sträcka är 3,8 sek. Beräkna härav friktionskoefficienten. Rörelsen antages likformigt accelererad. Från trissans och snörets vikter bortses.

2. En smal, homogen och jämntjock stav är upphängd i en väggfast krok med hjälp av en lätt tråd, som är fästad i stavens ena ända. I stavens andra ända är en horisontell kraft anbragt, varigenom stavens och trådens riktningar kunna varieras. Ett visst samband råder alltid mellan trådens vinkel med vertikalplanet och stavens vinkel med horisontalplanet, oberoende av den horisontella kraftens storlek och stavens vikt. Visa, att nämnda samband kan uttryckas sålunda: produkten av de trigonometriska tangenterna för vinklarna i fråga är $\frac{1}{2}$.
3. I ett gruvschakt, som är 230 m djupt, finnes vatten till en höjd av 52 m över schaktets botten. Schaktet skall tömmas av en pump, som drives av en elmotor. Vattnet föres av pumpen upp till schaktets mynning. Motorns verkningsgrad är 90 %, och av den energi, som motorn lämnar, användes 60 % för vattnets uppfordring. Hur många kWh måste tillföras motorn för att schaktet skall tömmas? Vid beräkningen antages schaktet ha cylindrisk form med en basradie av 2 m. 1 kpm=9,8 joule.
4. Ett skioptikon har ett objektiv med brännvidden 20 cm. Hur stor linjär förstoring erhålles på skärmen, om denna befinner sig 600 cm från diapositivet? Linsen får vid beräkningen antagas vara tunn.
5. En spektrometer är injusterad på följande sätt. Kollimatorns och kikarens optiska axlar äro inriktade vinkelrätt mot varandra. Spalten ligger i kollimatorlinsens fokalplan, och kikaren har ett hårkors, som ligger i objektivets och okularets gemensamma fokalplan. Spaltens mittpunkt ligger på kollimatorns och hårkorset på kikarlinsens optiska axel. Ljus, som faller in mot spalten, brytes i ett på spektrometerbordet fast placerat, rakt och tresidigt prisma, med de brytande kanterna vinkelräta mot kollimatorns och kikarens optiska axlar och med de brytande vinklarna $A=90°$, $B=75°$ och $C=15°$. De brytande kanterna äro parallella med spektrometerbordets vridningsaxel. Ljuset från kollimatorn infaller mot sidan AB, totalreflekteras mot BC och lämnar prismat genom AC. Man ställer från början in bordet med prismat så, att bilden av en viss, röd spektrallinje sammanfaller med bilden av hårkorset. Glasets brytningsexponent för denna färgsort är 1,727. Hur stor vinkel skall bordet vridas för att bilden av en annan, denna gång violett spektrallinje skall sammanfalla med bilden av hårkorset? Glasets brytningsexponent för den senare färgsorten är 1,811.

6. Från det elektriska intaget i en villas källare går en dubbelledning, en s. k. stigarledning, upp till villans två våningar. Vardera enkelledarens längd från dess utgångspunkt i källaren till avgreningspunkten i första våningen är 8 m. Motsvarande längd från den första våningens avgreningspunkt till den andras är 6 m. Den i varje våning uttagna strömmen beräknas högst erhålla styrkan 20 A. Spänningen mellan ledningarna vid avgreningspunkten i andra våningen bör ej vara mer än 2 V lägre än den inkommande spänningen i källaren. Hur stor genomskärningsyta skall stigarledningen minst ha, om den förutsättes vara lika stor hela vägen upp? Spec. ledningsmotståndet är 0,0175.
7. En proppreostat består av fyra seriekopplade spolar med resp. 1, 2, 3 och 4 ohms motstånd. Var och en av dem tål högst en belastning av 3 W. Genom att kortsluta två av dem kan man på två olika sätt få sammanlagt 5 ohm inkopplade. Vilka äro därvid de högsta spänningar, som få läggas på reostaten?
8. Ett jämntjockt, vertikalt och i båda ändar slutet glasrör med inre diametern 1,00 mm är fyllt med kvicksilver så när som på en liten blåsa av en vattenlösning av ett tvåvärt kvicksilversalt, vilken befinner sig ungefär mitt i röret och därvid uppdelar kvicksilvret i två delar. Genom insmälta platinatrådar äro dessa inkopplade i en elektrisk strömbana. Då anoden befinner sig i den övre ändan, vandrar vid strömgenomgång vätskeblåsan uppåt på grund av att metalliskt kvicksilver går i lösning vid dess övre ända, och motsvarande mängd avskiljes vid den nedre. Beräkna i mm vätskeblåsans förskjutning för varje tusendels amperetimme. För utfällning av en gramekvivalent av ett ämne åtgår 96500 coulomb. Kvicksilvrets atomvikt är 200,6.

Resultat: 1. 0,31. 3. 672 kWh. 4. 28 ggr. 5. 5,2°. 6. 7,7 mm². 7. 5,0 V och 4,3 V. 8. 0,35 mm.

Realexamen h. t. 1951

Provräkning

1. En person erhöll 24 000 kr i arv och ville placera så mycket som möjligt av detta belopp i obligationer. Han köpte därför den 9 juli 24 st $3\frac{1}{2}$ % obligationer å nominellt 1000 kr. Kursen var 98 % och ränteterminerna $^{15}/_{5}$ och $^{15}/_{11}$. Utom upplupen ränta måste han i mäklararvode betala 1 pro mille av kursvärdet och i stämpelavgift $\frac{1}{2}$ pro mille av det till helt hundratal kronor uppåt avrundade sammanlagda kursvärdet. Hur mycket av arvet återstod efter detta köp?

2. Per och Erik ämna besöka en god vän, som bor 15 km från deras hem. De hade tänkt cykla men finna i sista minuten, att endast en av deras cyklar är användbar. De enas då om följande plan. Bägge skola starta samtidigt, Erik på cykel och Per till fots. Erik skall cykla en del av vägen, varefter han ställer cykeln åt sidan och går resten av vägen till fots. Per skall gående bege sig till den plats, där Erik ställt ifrån sig cykeln, varefter han cyklar återstoden av vägen. Hur långt får Erik cykla, om de skola komma fram samtidigt? Erik cyklar 18 km/tim och går 100 m/min, Per 20 km/tim respektive 125 m/min.
3. I en fabrik använder man två oljemotorer. Den ena motorn, som är något större än den andra, förbrukar 3 ton olja på 20 dygn, under det att den andra förbrukar samma mängd på 25 dygn. Under sommaren använder man endast en motor, ibland den ena och ibland den andra. Under övriga delen av året äro båda maskinerna i gång samtidigt. Ett år, då den större motorn använts 50 dygn mer än den mindre, hade båda sammanlagt förbrukat 88,5 ton olja. Hur stor var kostnaden för oljeförbrukningen för vardera motorn, då oljepriset var 15 öre per kg?
4. En tjänsteman, vars lön utbetalades med lika stora belopp varje månad, föresatte sig att under ett år spara 10 % av lönen. Han visste, att utgifterna under sammanlagt 6 månader brukade överstiga lönen under samma tid med 20 % men under övriga månader av året brukade vara lägre än lönen. Hur många procent av lönen under dessa sistnämnda månader borde han spara för att förverkliga sin föresats?
5. Lös ekvationen

$$\frac{(6{,}5-x):2-0{,}7}{(6x+1{,}5)(4x-1)}=\frac{4}{12x-3}-\frac{1}{2x+0{,}5}.$$

6. Den största av Egyptens pyramider, Cheopspyramiden, kan anses vara en regelbunden fyrsidig pyramid med baskanten 228 m och höjden 140 m. Man vill göra en modell av den i papp i längdskalan 1 : 2000. Hur stora bör man göra sidorna i modellens triangulära sidoytor?
7. Basen i en triangel är 7,8 cm och höjden mot denna bas 5,4 cm. Nämnda höjd delas i tre delar, vilkas längder, från basen räknat, förhålla sig som 1 : 2 : 3. Genom delningspunkterna dragas räta linjer parallellt med basen. Hur stor är ytan av den del av triangeln, som ligger mellan dessa transversaler?
8. I den spetsvinkliga triangeln ABC är sidan AB 7 cm, höjden mot

sidan AB 6 cm och höjden mot sidan BC 5,6 cm. Beräkna höjden mot sidan AC.

Resultat: **1.** 318,68 kr. **2.** 9 km. **3.** Den större 7875 kr., den mindre 5400 kr. **4.** 40 %. **5.** $x=0{,}7$. **6.** 107 mm, 107 mm, 114 mm. **7.** 9,36 cm². **8.** $6\frac{6}{13}$ cm.

Uppgifter i fysik för tekniska linjen

Obs. Lösningarna till uppgifterna 3, 7 och 8 böra vara försedda med enkla figurer.

1. En pojke, som byggde en modellbåt, fann, att denna utan köl vägde 585 g. Kölen ämnade han göra av bly och välja så, att då båten flöt i vatten, själva båtskrovet — kölen sålunda ej medräknad — undanträngde en vattenvolym av 1,10 dm³. Vad borde blykölen väga? Tätheten för bly är 11,3 g/cm³.
2. I en lång oljeledning, vars diameter är 10 engelska tum, frammatas olja med en hastighet av 5,4 km/tim. En manometer på pumpcylindern visar, att pumptrycket är 30 kp/cm² (övertryck). Hur många hästkrafter måste pumpen lämna? 1 eng. tum är 25,4 mm.
3. Vid ett nybygge användes en motordriven materialhiss, bestående av en kvadratisk platta, som i horisontellt läge uppbäres av fyra 1,5 m långa linor, vilkas övre ändar äro förenade i hisslinans ändpunkt. Plattan, vars sida är 10 dm, väger 50 kg och uppbär vid ett tillfälle en last av 650 kg. Hur stor är spänningen i var och en av de fyra lika spända linorna, när plattan med lasten lyftes med konstant hastighet? Vid beräkningen får man bortse från linornas tyngder.
4. Ett provrör har tillkorkats vid ett tryck av 755 mm Hg och därefter placerats under en luftpumpklocka. Luften i klockan förtunnades, och samtidigt mättes trycket med en kvicksilvermanometer. När trycket i klockan blev 135 mm Hg, flög korken ur provröret. Med vilken kraft utslungades den? Provrörets inre genomskärningsyta är 1,54 cm². Tätheten för kvicksilver är 13,6 g/cm³.
5. Vid en laboration bestämdes isens smältvärme på följande sätt. I en kalorimeter, som jämte omröraren vägde 82,0 g, hällde man 225,0 g något uppvärmt vatten. Efter omröring var temperaturen hos vattnet och kalorimetern +25,4° C. I vattnet nedlades nu under ständig omröring väl avtorkade isbitar av 0° C. Sedan all isen smält, var temperaturen hos vattnet +12,5° C, och kalorimetern med innehåll vägde 340,4 g. Vilket värde på isens smält-

värme gav försöket? Kalorimeterns och omrörarens sp. värme är 0,1.

6. En varmvattenberedare med 90 % verkningsgrad genomströmmas av en vattenmängd på 324 liter i timmen. Denna vattenmängd uppvärmes därvid från +12° C till +60° C. Hur stor effekt i kW kräver beredaren? 1 watt=0,24 cal/sek.
7. En pojke vill göra en julgransbelysning, som kan anslutas direkt till en väggkontakt, där spänningen är 120 volt. Han tänker använda 24 lampor, vardera på 5 volt och 2 watt. Ett sätt vore naturligtvis att endast seriekoppla dem, men då kommer hela raden att slockna, så fort en av lamporna går sönder eller skruvas ifrån. För att undvika detta skaffar han sig en lång konstantantråd, vars motstånd är lika med summan av alla 24 lampornas motstånd. Denna tråd *AB* delar han upp i 24 lika långa delar och markerar delningspunkterna med *C*, *D*, *E* osv. Med hjälp av tjocka koppartrådar, vars motstånd kan försummas, kopplar han in den första lampan mellan *A* och *C*, den andra mellan *C* och *D* osv., så att alltså varje lampa är parallellkopplad med $^1/_{24}$ av tråden *AB*. Nu kan han ansluta *A* och *B* till väggkontakten. Hur stor ström drar denna belysningsanordning, då alla 24 lamporna äro inkopplade?
8. Man vill bestämma ett motstånd *R*. Man inkopplar det för den skull i en strömbana i serie med en amperemeter, och en voltmeter kopplas parallellt till *R*. Voltmeterns skala är indelad i 30 skaldelar, och dess motstånd är 300 ohm. På instrumentet står angivet, att fullt utslag motsvarar 3 V. Amperemeterns skala återigen är indelad i 60 skaldelar, och på detta instrument står angivet, att fullt utslag motsvarar 600 mA. Vid mätningen avläser man på voltmetern 21,0 och på amperemetern 49,8 skaldelar. Hur stort är *R*? Vid räkningen måste hänsyn tagas till den ström, som går genom voltmetern.

Resultat: **1.** 565 g. **2.** 304 hk. **3.** 198 kp. **4.** 1,30 kp. **5.** 77,6 cal/g. **6.** 20 kW. **7.** 0,8 A. **8.** 4,28 ohm.

Beskrivande maskin- och byggnadslära

1. I en motorbåt skall insättas en ny motor, som ger 20 hk vid 950 r/m. Den befintliga propelleraxeln har 25 mm diameter. Kan den bibehållas? Den tillåtna vridpåkänningen är 600 kp/cm².
2. En kraftstation i Köpenhamn levererade från sina diselmotordrivna generatorer under ett år 22 miljoner kWh och förbrukade

härför 5940 ton dieselolja med ett värmevärde av 10 200 kcal/kg. Beräkna anläggningens verkningsgrad.

3. Ett antal kugghjulsämnen skall svarvas ned till bestämd ytterdiameter, varvid endast ett skär erfordras. Det färdiga hjulet skall ha 50 kuggar vid modulen 3 mm. Svarven gör 100 r/m och stålet matas fram i sidled 0,1 mm per varv. Kugghjulets tjocklek (=kuggbredden) är 30 mm. a) Hur stor blir det färdigsvarvade kugghjulsämnets diameter? b) Hur mycket kostar svarvningen av varje hjul i arbetslön, om arbetaren skall förtjäna 2,80 kronor per timme + 50 % tillägg på lönen? För uppsättning etc. (spilltid) åtgår 12 minuter per timme.
4. En balk skall belastas med ett böjmoment av 8,7 Mpm vid en tillåten böjspänning av högst 1300 kp/cm². Utrymmet i höjdled är knappt, och balken får ej vara högre än 25 cm. Man kan därför i stället för en enda balk använda två stycken bredvid varandra. Studera I-, U- och DIP-balkar, och välj den profil, som ger lägsta vikten på konstruktionen.
5. En löpvagn till en travers väger med last 4 ton och skall framföras med en hastighet av 35 m/min. Den kraft, som erfordras för framdrivningen, kan sättas till 7 % av totala vagnvikten. Elmotorns verkningsgrad är 85 % och utväxlingen från motorn till vagnshjulen har en verkningsgrad av 80 %. Hur många kW skola tillföras till motorn?
6. En balkong skall uppbäras av 4 korta, kvadratiska tegelpelare. Balkongen med last har en tyngd av 19 Mp, vilken är lika fördelad på pelarna. Teglet, som har 25 cm längd och 12,5 cm bredd, får utsättas för en tryckspänning av högst 4 kp/cm². Rita i skala 1 : 10 två skisser, som visa två intill varandra liggande tegelskift i pelaren.
7. Två stycken lika stora träbjälkar, den ena placerad ovanpå den andra, äro fritt upplagda på två stöd och utsatta för böjning. Det gäller att undersöka, hur konstruktionens bärförmåga ändras, om de båda bjälkarna hopbultas med varandra så fast, att de kunna betraktas som en enda bjälke. Angiv den sista konstruktionens bärförmåga i % av den förstas.
8. En enkelverkande kolvpump är uppställd mellan nedre och övre vattenytan. Rita en skiss över pumpen med dess huvuddelar såsom kolv, ventiler etc. och beskriv, huru pumpen verkar. Angiv på skissen även pumpens sughöjd och uppfordringshöjd.

Resultat: **1.** Ja (vridspänningen uppgår till endast 491 kp/cm²). **2.** 31,2 %. **3.** 26,25 öre/st. **4.** En DIP 22. **5.** 2,35 kW. **6.** $1\frac{1}{2}$ sten i fyrkant (beräknad sidlängd 34,5 cm). **7.** 200 %.

Insänd litteratur

A. M. Bateman, *The Formation of Mineral Deposits.* J. Wiley & Sons, New York 1951, Pp. 371, $ 5.50.

Phase Transformations in Solids. Symposium held at Cornell University Aug. 23—26 1948. Editorial Committee: R. Smoluchowski, J. E. Mayer, W. A. Weyl. J. Wiley & Sons, New York 1951, Pp. 660, $ 9.50.

K. Fearnside—E. W. Jones—E. N. Shaw, *Applied Atomic Energy.* Temple Press Ltd, London 1951, Pp. 155, 8 s. 6 d. net.

E. Whittaker, *Eddington's Principle in the Philosophy of Science.* Cambridge Univ. Press 1951, Pp. 35, 2 s. 6 d. net.

H. Cotton, *Applied Electricity.* Cleaver-Hume Press Ltd, London 1951, Pp. 451, 17 s. 6 d. net.

Paul Baud, *Traité chimie industrielle.* Quatrième éd. Tome I. Grande industrie chimique. Problème de l'eau, 868 p., 5000 fr. Tome II. Métalloïdes et métaux, 1056 p., 5800 fr. Tome III. Industries organiques, 1148 p., 6800 fr. Masson et Cie, Paris 1951.

Émile Borel, *Les nombres inaccessibles.* Gauthier-Villars, Paris 1951, 141 p., 1200 fr. + port 100 fr.

Victor Thébault, *Les récréations mathématiques.* Gauthier-Villars, Paris 1951, 298 p., 2500 fr. + port 110 fr.

K. G. Wagner, *Autoren-Namen als chemische Begriffe.* Ein alphabetisches Nachschlagebuch. Verlag Chemie, Weinheim 1951, 264 S., DM 14.80.

Georg Siebers, *Die kausale Notwendigkeit und das kausale Werden.* Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München 1951, 102 S., DM 8.50.

E. Hylleraas, *Matematisk og teoretisk fysikk.* II. Del. Mekanikk og statistikk. Grøndahl & Søn. Oslo 1951, 297 s.

O. Lindstad og B. O. Lindstad, *Radiomottageren.* Det teoretiske grunnlaget. Aschehoug & Co., Oslo 1951, 118 s., nkr. 7: 50.

J. K. Eriksen, *Fysiske øvelser for gymnasiet.* 3. udg., Schultz Forlag, København 1951, 136 s.

Per Collinder, *Världar i rymden.* Astronomi för alla. Norstedt & Söner, Stockholm 1951, 314 s., kr. 17: 50.

Moll-Rudberg, *Lärobok i fysik.* Förkortad uppl. IV. Vågrörelselära och optik, 8:e uppl. Svenska Bokförlaget, Stockholm 1951, 116 s., kr. 4: 50.

Beckman-Wetterblad, *Fysik 1.* 6:e uppl., 146 s., kr. 3: 80. — *Fysik 3,* 5:e uppl. kr. 3: 90. Svenska Bokförlaget, Stockholm 1951.

Inghe-Ekman, *Lärobok i kemi för realskolan,* utg. av W. Ekman. II. Organisk och tillämpad kemi, 48, s., kr. 2: 75. — *Laborationsövningar i kemi för realskolan II.* Organisk kemi jämte några fristående övningar, 16 s., kr. 1: 20. Svenska Bokförlaget, Stockholm 1951.

J. Malmquist—V. Stenström—S. Danielson, *Matematisk analys.* Del I. Differential- och integralkalkyl. Natur & Kultur, Stockholm 1951, 714 s., linnebd kr. 70: —.

Knut Hagberg, *Carl Linæus.* Natur & Kultur, Stockholm 1951, 148 s., kr. 15: 50.

W. H. Barton—J. M. Joseph, *Rolig astronomi.* Övers., Natur & Kultur, Stockholm 1951, 236 s., kr. 13: 50.

H. Mckay, *Roliga mekaniska försök.* Övers., Natur & Kultur, Stockholm 1951, 195 s., kr. 9: 50.

Problemboken, red. av A. Lenning. Teknisk Tidskrifts »Problemhörna» 1940—1950. Teknisk Tidskrifts förlag, Stockholm 1951, 144 s., kr. 15: —.

Trettiofjärde årgångens innehåll

1951

ADLER, E. Om diensyntesen. Nobelpriset i kemi 1950 81
ALGÉUS, S. Osmotiskt tryck och osmotiskt värde 97
ANDERSSON, J. En teckenfråga 225
— Anm. av A. Lenning, Teknisk Tidskrifts »Problemhörna» 1940—1950 244
AULIN, E. Anm. av H. H. Hopkins, Wave Theory of Aberrations 119
AURIVILLIUS, B. Anm. av K. G. Wagner, Autoren-Namen als chemische Begriffe 249
BILLING, G. Bestämning av värmets mekaniska ekvivalent med fallande blyhagel 148
BLOM, C. E. Från den nordiska kongressen för matematik-, fysik- och kemilärare i Åbo 7—10 aug. 1951 174
— Läroböcker i fysik för realskolan i nya upplagor: I. Malmborg, Första årskursen, Beckman-Wetterblad, del 1 o. 3 251
BLOM, G. Anm. av L. H. C. Tippett, Technological Applications of Statistics (53), N. Wiener, The Human Use of Human Beings (115), B. Russell, Den mänskliga kunskapen (186), M. Born, Natural Philosophy of Cause and Chance (186), W. Feller, An Introduction to Probability Theory and its Applications (245).
BODÉN, E. A Research on the Galactic Clusters NGC 436 and NGC 457 (ref. av gradualavh.) 253
BRUNO, B. Anm. av E. Schrödinger, Space-Time Structure 183
CARLSSON, C. G. Anm. av F. Twyman, Metal Spectroscopy 118
EKMAN, W. Anm. av H. L. Heys, Roliga kemiförsök för pojkar och flickor 64
ELVIUS, T. A photometric and spectrophotometric investigation in twelve of Kapteyn's Selected Areas (ref. av gradualavh.) 252
ENGLUND, B. Anm. av P. Bergsöe, Kemi för miljoner (61), O. Lindstad, Fysikk og kjemi (121), P. Pascal, Chimie général, vol. III. L'individu physico-chimique (249).
FREMBERG, N. E. Anm. av J. L. Coolidge, The Mathematics of Great Amateurs 242

Sjögren, K. Anm. av Kosmos bd 28 185
Skjulstad, Th. Fysikkens stilling i den högre skole i Norge 237
Slätis, H. Nobelpriset i fysik 1950 1
Sommerfeld, A.† Upplysningar med anledning av en recension 50
Starck, G. Kemiska försök med en ljusbåge 157
— Anm. av L. F. Audrieth m. fl. Inorganic Syntheses Vol. I—III (60), W. Reppe, Chemie und Technik der Acetylen-Druck-Reaktionen (191), E. G. Rochow, An Introduction to the Chemistry of the Silicones (192).
Svanberg, O. Om sekundära grundämnen och mikroelement i jordbruket 213
Svartholm, N. Anm. av O. C. de Beauregard, La théorie de la relativité restreinte 110
Tandberg, J. Nytt logaritmiskt papper 18
— Anm. av J. Cockcroft, The Development and Future of Nuclear Energy (55), H. Alfvén, Cosmical Electrodynamics (57), Bonniers Konversationslexikon bd XV (64), K. A. Wingårdh, Underliga ämnen (124), H. McKay, Leksaker och uppfinningar (124).
Uggla, E. Anm. av G. C. McVittie, Cosmological Theory (111), H. C. Corben and P. Stehle, Classical Mechanics (181).
Wahlgren, A. Några magiska kvadrater 27
Weibull, B. Studies of sulphur derivatives of cyclohexane (ref. av gradualavh.) 193
Werhagen, E. och Knave, E. Kraftlinjer och ekvipotentiallinjer i elektriska fält 165
Wideqvist, S. Some aspects of the cyano-substituted carboxylic acids (ref. av gradualavh.) 194
Wilner, T. Demonstration av laddade partiklars rörelse i elektriska fält 35
— Försök med gasjonisation och rymdladdningar 151
Wingårdh, K. A. Anm. av H. Viksjø, Energi og atomer 184
Öberg, T. Om rationella rötter till tredjegradsekvationen 33

Nordisk matematik-, fysik- o. kemilärarekongress i Åbo aug. 1951 49, 174
Elementas pristävlan 1951 256
Matematiska uppgifter (red. av S. Bågman) 72, 129, 198, 259
Matem. och fysikaliska uppg. vid studentskrivningar o. fyllnadsprövningar 1951: jan. (75), mars (133), aug. (202), nov. (262).
Provräkningar i realexamen 1951: v.t. och h.t. 140, 267
Praktisk realexamen 1951: Uppg. i fysik v.t. (141), h.t. (269) och Uppg. i beskriv. maskin- o. byggnadslära v.t. (142), h.t. (270).
Tidskrifter, innehållsöversikt 68, 128, 197, 201, 257

Gradualavhandlingar (autoreferat): E. Bodén (253), T. Elvius (252), C. V. Jonsson (126), H. Kristenson (195), G. Källén (67), F. Lannér (65), I. Lindqvist (68), G. Lindstedt (255), E. Lyttkens (127), E. Samén (196), B. Weibull (193), S. Wideqvist (194).

Bokanmälningar:

1. Allmänt innehåll: Beveridge, The Art of Scientific Investigation (247); Blanc-Delhoume, La vie de Gay-Lussac (114); Born, Natural Philosophy of Cause and Chance (186); Brown, Science, its Method and its Philosophy (246); McKay, Leksaker och uppfinningar (124); Russell, Den mänskliga kunskapen (186); Wiener, The Human Use of Human Beings (115); Wightman, The Growth of Scientific Ideas (246); Wingårdh, Underliga ämnen (124); Bonniers Konversationslexikon bd XV (64); Statens institut för folkhälsan (125).
2. Matematik: Appell, Analyse mathématique (111); Beauregard, La théorie de la relativité restreinte (110); Beutel, Die Quadratur des Kreises (244); Bouligand, L'accès aux principes de la géométrie euclidienne (180); Bourbaki, Éléments de mathématique (179); Coolidge, The Mathematics of Great Amateurs (242); Feller, An Introduction to Probability Theory and its Applications (245); Hasse, Höhere Algebra (109); Hoheisel, Gewöhnliche Differentialgleichungen (243); Hylleraas, Fysikkens matematiske grunnlag (52); Lenning, Teknisk Tidskrifts »Problemhörna» 1940—50 (244); Phillips, Differential Equations (243); Robinson, Analytic Geometry (52); Schrödinger, Space-Time Structure (183); Tippett, Technological Applications of Statistics (53); Underwood-Sparks, Living Mathematics (54); Analogimaskiner (112); Oeuvres mathématiques d'Évariste Galois (54).
3. Fysik, matematisk fysik, mekanik, atomfysik: Alfvén, Cosmical Electrodynamics (57); Barlow-Cullen, Micro-Wave Measurements (56); Beauregard, La théorie de la relativité restreinte (110); Beghin-Julia, Exercises de mécanique (244); Bergeron, Nyare rön om nederbördens uppkomst och fördelning (58); Cockcroft, The Development and Future of Nuclear Energy (55); Corben-Stehle, Classical Mechanics (181); Eidinoff-Ruchlis, Atomkunskap för millioner (62); Guinier, Éléments de physique moderne théorique II (56); Halliday, Introductory Nuclear Physics (183); Hill, The Mathematical Theory of Plasticity (182); Hopkins, Wave Theory of Aberrations (119); Hylleraas, Matematisk og teoretisk fysikk I (52); Lenning, Teknisk Tidskrifts »Problemhörna» 1940—50 (244);

LINDSTAD, Fysikk og kjemi (121); MCVITTIE, Cosmological Theory (111); PRINGSHEIM-VOGEL, Luminiszens von Flüssigkeiten und festen Körpern (117); SCHRÖDINGER, Space-Time Structure (183); SPRING, Photons and Electrons (118); TWYMAN, Metal Spectroscopy (118); WALCHER, Das Trockengleichrichter-Vielfachmessgerät (116); WINGÅRDH, Ljuset, dess natur och egenskaper (120); VIKSJØ, Energi og atomer (184); Ingenjörshandboken del 3 och 3 a (189); Kosmos bd 28 (185); Kurs i optik (57); Lärarkurs i fysik och elektroteknik (189); Läroböcker i fysik för realskolan i nya upplagor: MALMBORG, Första årskursen, BECKMAN-WETTERBLAD, del 1 o. 3.

4. Kemi: AUDRIETH m. fl., Inorganic Syntheses (60); BERGSÖE, Kemi för miljoner (61); BOLIN-GUSTAVER, Att laborera hemma, del II (192); BRODA, Advances in Radiochemistry (59); FREUDENBERG, Organische Chemie (123); HEYS, Roliga kemiförsök för pojkar och flickor (64); INGHE-EKMAN, Lärobok i kemi för realskolan I, II och Laborationsövningar II (63, 250); JAFFE, The Story of Chemistry etc. (123); LINDSTAD, Fysikk og kjemi (121); PASCAL, Chimie général III (249); PIETERS-CREYGHTON, Safety in the Chemical Laboratory (250); REPPE, Chemie und Technik der Acetylen-Druck-Reaktionen (191); ROCHOW, An Introduction to the Chemistry of the Silicones (192); WAGNER, Autoren-Namen als chemische Begriffe (249).

Insänd litteratur 70, 144, 208, 272
Upplysning om recensenterna under 1951 ..... 65, 125, 201, 251

Lund, 1951. Håkan Ohlssons boktryckeri.

"Stoffurvalet är förträffligt

just vad som behövs som grund för gymnasiekemien och detta utan att omfånget tillåtits svälla. Språket är i allmänhet mycket klart och enkelt" skrev *Einar Grimsell* i ett tidigare häfte av denna tidskrift om första delen av

INGHE—EKMAN

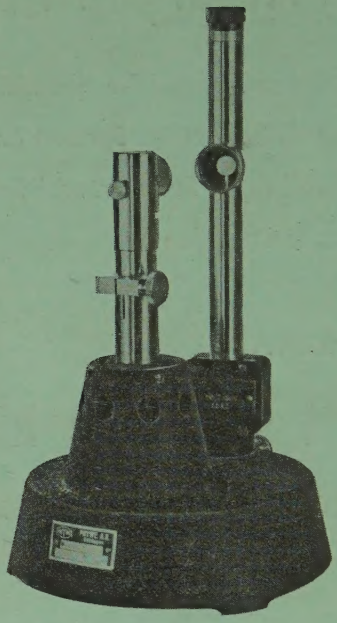
LÄROBOK I KEMI FÖR REALSKOLAN

I. Oorganisk kemi 2.25, lärarex. 1.15
II. Organisk och tillämpad kemi 2.75, lärarex. 1.40

LABORATIONSÖVNINGAR
I KEMI FÖR REALSKOLAN

I. Oorganisk kemi *(Utkommer senare)*
II. Organisk kemi jämte några fristående övningar 1.20, lärarex. 0.60

SVENSKA BOKFÖRLAGET • Drottninggat. 20, Stockholm
Postgiro 3994



SPEGELGALVANOMETER

med inbyggd belysningsanordning

Galvanometersystemet är utbytbart och kan levereras med fem olika inre motstånd, från 10 till 1750 ohm.

P. A. NORSTEDT & SÖNER

SKOLAVDELNINGEN — STOCKHOLM

Lund 1951, Håkan Ohlssons boktryckeri.